

На правах рукописи

Вертоградов Виталий Дмитриевич

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ДИНАМИЧЕСКИХ  
РЕГУЛЯРНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР

Специальность: 1.3.3 - теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Калининград  
2026

Работа выполнена в Научно-исследовательском институте физических исследований ФГБОУ ВО «Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена» (г. Санкт-Петербург)

**Официальные оппоненты:**

доктор физико-математических наук **Бронников Кирилл Александрович**, главный научный сотрудник Центра гравитации и фундаментальной метрологии ФГБУ «ВНИИМС»

доктор физико-математических наук **Березин Виктор Александрович**, старший научный сотрудник отдела теоретической физики ФГБУН «Институт ядерных исследований Российской академии наук»

доктор физико-математических наук **Червон Сергей Викторович**, профессор кафедры физики и технических дисциплин ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова»

**Ведущая организация:**

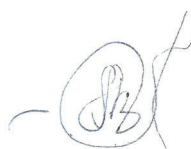
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Защита состоится «21» сентября 2026 г. в 15 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета 24.2.273.04 при Балтийском федеральном университете им. И. Канта по адресу: 236041, Калининград, ул. А. Невского, д. 14, ауд. 229.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Балтийского федерального университета им. И. Канта.

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2026 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
д.ф.-м.н.



Асташенок А.В.

**Актуальность:** Чёрные дыры занимают ключевое место в современной теории гравитации и астрофизике, представляя собой объекты, в которых проявляются наиболее сильные эффекты общей теории относительности. Современные наблюдения — от регистрации гравитационных волн до прямых изображений теней чёрных дыр — подтвердили их существование как реальных космических объектов. Однако на теоретическом уровне остаются фундаментальные вопросы, связанные с внутренней структурой этих объектов. Одним из центральных является проблема пространственно-временной сингулярности, возникающей в классических решениях Эйнштейна, где кривизна пространства-времени становится бесконечной, а сама теория утрачивает применимость.

Эта проблема делает актуальным рассмотрение моделей *регулярных чёрных дыр* — решений, свободных от физических сингулярностей, которые могут возникать в результате реалистичного гравитационного коллапса. В данной работе исследуются механизмы формирования таких объектов на основе физически обоснованных уравнений состояния вещества, а также их наблюдаемые характеристики, включая тени в статических и динамических пространствах-времени.

**Целью диссертационной работы** является исследование механизмов образования регулярных чёрных дыр в рамках общей теории относительности, а также изучение их наблюдаемых характеристик, таких как тень и излучение, возникающее в процессе гравитационного коллапса. Для достижения указанной цели были поставлены и решены **следующие задачи:**

1. Построить модель статической регулярной чёрной дыры с физически обоснованным уравнением состояния.
2. Исследовать связь между структурой горизонтов видимости и светоподобными энергетическими условиями.
3. Разработать модель гравитационного коллапса барионной материи, приводящего к образованию регулярной чёрной дыры.
4. Оценить количество энергии, излучаемой в виде электромагнитного излучения при фазовых переходах вещества в процессе гравитационного коллапса массивной звезды.
5. Установить зависимость наблюдаемых размеров тени чёрной дыры от геометрических деформаций пространства-времени.

**Научная новизна** диссертационного исследования заключается в следующем:

- Построены модели статических регулярных чёрных дыр, источником которых служит вещество Хагедорна — физически обоснованное уравнение состояния при высоких плотностях.
- Выявлены условия, при которых дополнительная материя не приводит к образованию сингулярности в изначально регулярной чёрной дыре, что открывает новые возможности для построения моделей без гравитационных особенностей.
- Установлена зависимость структуры горизонтов видимости от выполнения светоподобных энергетических условий. Доказано, что при их соблюдении любая динамическая чёрная дыра асимптотически стремится к решению Вайдья. Показано, что испарение регулярных чёрных дыр может привести к образованию объектов с регулярным центром и отсутствием горизонтов, что может рассматриваться как возможное разрешение парадокса потери информации.
- Разработана модель гравитационного коллапса пыли и излучения, в рамках которой показано, что переход вещества в состояние излучения может привести к образованию регулярной чёрной дыры.
- Получена оценка энергии, излучаемой в виде электромагнитных волн при фазовых переходах вещества в процессе гравитационного коллапса.
- Предложен метод расчёта тени для статической сферически-симметричной чёрной дыры, окружённой аккреционным диском, с использованием метода гравитационного расщепления.
- Показано, что при испарении электрического заряда динамической чёрной дыры её тень увеличивается, что указывает на связь между электродинамическими и наблюдаемыми геометрическими свойствами.
- Продемонстрировано, что включение динамических эффектов может привести к тому, что голая сингулярность начинает отбрасыв-

вать тень, что ставит под сомнение возможность отличить такие объекты от чёрных дыр по наблюдательным данным.

- Разработан метод сравнения размеров тени произвольной сферически-симметричной асимптотически плоской чёрной дыры с тенью Шварцшильдовской чёрной дыры.
- Доказана теорема о том, что при аккреции тень чёрной дыры увеличивается тогда и только тогда, когда выполняются светоподобные энергетические условия. Приведены примеры, демонстрирующие уменьшение тени при их нарушении.

На защиту выносятся **следующие научные положения:**

1. Вещество Хагедорна может быть источником регулярной чёрной дыры.
2. Геометрические деформации регулярных чёрных дыр могут привести к формированию модифицированных регулярных решений.
3. Испарение регулярной чёрной дыры завершается образованием регулярного объекта без горизонтов.
4. Горизонт видимости является светоподобной поверхностью тогда и только тогда, когда он совпадает с горизонтом энергетических условий.
5. Гравитационный коллапс баротропной материи при её переходе в излучение или кварк-глюонную плазму может приводить к образованию регулярных чёрных дыр.
6. Энергия электромагнитного излучения, возникающего при фазовых переходах в процессе коллапса, зависит только от свойств исходной баротропной материи и нового состояния вещества.
7. При выполнении светоподобных энергетических условий увеличение массы чёрной дыры всегда сопровождается увеличением её тени; при их нарушении — тень уменьшается.
8. Нейтрализация избыточного электрического заряда чёрной дыры приводит к увеличению размеров её тени.

Проведённые исследования носят фундаментальный характер и вносят вклад в развитие современной теоретической физики и астрофизики. Полученные результаты позволяют:

- Объяснить природу регулярных чёрных дыр и предложить физически обоснованные механизмы их формирования.
- Заложить основу для дальнейших исследований регулярных чёрных дыр, включая вопросы их стабильности, эволюции и взаимодействия с окружающей средой.
- Предложить возможное решение парадокса потери информации за счёт анализа процессов испарения чёрных дыр с регулярным центром.
- Установить связь между динамикой чёрных дыр и наблюдаемыми высокоэнергетическими явлениями, такими как космические лучи.

Модель гравитационного коллапса вещества, которое при критических плотностях переходит в излучение, представляет собой новый подход к пониманию формирования регулярных чёрных дыр. Исследования свойств теней позволили разработать несколько новых аналитических методов, применимых к широкому классу сферически-симметричных и вращающихся чёрных дыр. Предложенный метод построения тени динамической чёрной дыры в случае медленной аккреции является первым аналитическим подходом к этой задаче.

С 2019 года, благодаря проекту Event Horizon Telescope, стало возможным непосредственно наблюдать тени чёрных дыр. Разработанные в диссертации методы построения теней чёрных дыр с учётом наличия аккреционного диска и динамических эффектов обеспечивают прочную связь между теоретическими моделями и наблюдательными данными.

Результаты, полученные в области регулярных чёрных дыр, указывают на наличие фазовых переходов, аналогичных тем, которые происходили в ранней Вселенной. Такие процессы должны сопровождаться мощными энергетическими выбросами, что делает их потенциально наблюдаемыми. Это открывает возможность экспериментальной проверки гипотезы о реальном существовании регулярных чёрных дыр

**Апробация работы.** Материалы диссертации апробированы на следующих конференциях и семинарах:

- 2024 Seminar at Universidad de Alicante, 04 dec. 2024,  
**Talk:** The problem of regular black hole formation.
- 2024 RUSGRAV-18, Kazan Federal University, Kazan, Russia. 25-29 nov 2024,  
**Talk:** Models of formation and evaporation of regular black holes.
- 2024 STC - 2024, Bauman Moscow State Technical University, Russia; Birla Institute of Technology and Science, India. 02-07 nov 2024,  
**Talk:** Regular Dynamical Black Holes: Apparent Horizons, Energy Conditions, Formation and Evaporation
- 2024 CSG-2024, Khazar University, 19-23 August 2024, Baku, Azerbaijan  
**Talk:** The influence of minimal geometrical deformations on black hole shadow
- 2024 Fifth IUCSS Summer School and Workshop on the Lorentz- and CPT-violating Standard-Model Extension May 10-19, 2024 Indiana University, Bloomington, USA  
**Talk:** General Approach on Shadow Radius and Photon Spheres in Asymptotically Flat Spacetimes and the Impact of Mass-Dependent Variations
- 2024 Workshop at Eastern Mediterranean University, Famagusta, North Cyprus, 27 april 2024  
**Talk:** Dynamical black holes: gravitational collapse, shadow and horizons
- 2023 PIRT-2023, BSTU, Moscow, Russia, 03-07 july, 2023  
**Talk:** Regular Black Hole by Gravitational Decoupling.
- 2023 PIRT-2023, BSTU, Moscow, Russia, 03-07 july, 2023  
**Talk:** Surrounded Generalized Vaidya Spacetime with Cosmological Fields.
- 2022 VII International Conference MQFT-2022, 10-14 october 2022  
**Talk:** Vaidya and Generalised Vaidya Spacetimes by Gravitational Decoupling.
- 2022 VII International Conference MQFT-2022, 10-14 october 2022 **Talk:** Horizons in Generalised Vaidya Spacetime.

- 2022 VII International Conference MQFT-2022, 10-14 October 2022 **Talk:** Penrose Process in Charged Vaidya Spacetime.
- 2022 The Multifaceted Universe: Theory and Observations - 2022  
**Talk:** Some Mathematical and Physical Aspects of Gravitational Collapse of Massive Stars.
- 2021 PARC-2021 online conference, BITS-Pilani, India, 26-28 October,  
**Talk:** Non-linearity and asphericity of Vaidya spacetime and forces in the naked singularity.
- 2021 PARC-2021 online conference, BITS-Pilani, India, 26-28 October,  
**Talk:** Forces for the particles with negative and zero energy in Kerr metric.
- 2021 PARC-2021 online conference, BITS-Pilani, India, 26-28 October,  
**Talk:** Globally visible singularities formed due to gravitational collapse
- 2021 PIRT-2021, BSTU, Moscow, Russia, 05-09 July 2021  
**Talk:** Forces in Schwarzschild, Vaidya and generalized Vaidya spacetimes.
- 2020 International Conference "RUSGRAV-17" ,  
**Talk:** The Structure of Generalized Vaidya Spacetime Containing the Naked Singularity.
- 2019 International workshop , India , Charusat University ,  
**Talk:** Models of Gravitational Collapse

**Публикации.** Результаты, полученные в диссертационной работе, опубликованы в 21 научной работе, из них 20 статей опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК Минобрнауки РФ и системы цитирования Web of Science и Scopus (10 статей в журналах категории Q1 и 8 статей в журналах категории Q2).

**Объем и структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Полный объем составляет 230 страниц и список литературы (241 источник).

**Основное содержание работы.** Во Введении отражены актуальность темы, цель исследования, основные положения, выносимые на защиту, показана их новизна и практическая значимость.

Первая глава диссертации “Статичные регулярные черные дыры” посвящена описанию статичных регулярных сферически-симметричных черных дыр. В ней описывается общий подход к изучению регулярных черных дыр, рассматриваются важные решения и их следствия. Показывается связь регулярных черных дыр с нелинейной электродинамикой. Обсуждаются проблемы, связанные с нелинейной электродинамикой, и демонстрируется неустойчивость решения Бардина вследствие испарения заряда под действием процесса Пенроуза для заряженных частиц. Обсуждается вопрос об извлечении энергии из черной дыры Бардина за счёт процесса Пенроуза для заряженных частиц и эффекта Банадоса—Силка—Веста. Строятся две новые модели регулярных черных дыр, источником которых являются баротропное уравнение состояния с линейно зависящим от радиальной координаты коэффициентом и вещество Хагедорна. Описывается метод гравитационного расщепления. Затем этот метод применяется к регулярным черным дырам Бардина и Хэйварда с целью понять, как дополнительная материя влияет на структуру ядра де Ситтера.

Одно из первых решений общей теории относительности Эйнштейна, описывающее черную дыру, является решение Шварцшильда. Это решение в центре имеет неустранимую особенность — сингулярность. В этой области пространства-времени скаляр Кречмана, являющийся квадратом тензора Римана, стремится к бесконечности, указывая на то, что кривизна пространства-времени в сингулярности неограниченно возрастает.

Впоследствии Роджер Пенроуз сформулировал и доказал теорему, которая гласит, что гравитационный коллапс при выполнении сильных энергетических условий неизбежно ведёт к образованию сингулярности, как только сформируется горизонт видимости. Сильные энергетические условия утверждают, что гравитация должна притягивать. В космологии выполнение сильного энергетического условия ведёт к тому, что Вселенная расширяется с замедлением. Однако анализ сверхновых типа *Ia* указывает на то, что наша Вселенная расширяется с ускорением. Темная энергия — так называли таинственную субстанцию, ответственную за ускоренное расширение Вселенной. Темная энергия по своей сути играет роль сил отталкивания на больших расстояниях, что нарушает сильное энергетическое условие.

Сахаров и Глинер отмечали, что при больших плотностях материя в центре должна вести себя как вакуумно-подобная среда или представлять собой ядро де Ситтера. Важно отметить, что уравнения Фридмана при баротропном уравнении состояния не приводят к образованию сингулярности только в случае решения де Ситтера при уравнении состояния  $P = -\rho$ , где  $P$  и  $\rho$  — давление и плотность энергии вещества.

Джеймс Бардин предпринял попытку найти решение уравнений Эйнштейна, которое описывало бы черную дыру, но без сингулярности в центре. Он заменил массу Шварцшильда на функцию, зависящую от радиальной координаты, и подобрал решение так, чтобы в центре плотность энергии и давление принимали конечные значения и выполнялось соотношение  $P(0) = -\rho(0)$ . Более того, массовая функция исчезает в центре:  $M(0) = 0$ . При выполнении всех этих условий полученное решение описывает черную дыру с регулярным, т.е. не сингулярным центром. Как и следовало ожидать, это решение нарушает сильные энергетические условия вблизи центра.

Таким образом, Бардин был первым, кто сумел построить модель черной дыры, в центре которой отсутствует сингулярность. Подобные черные дыры получили название регулярных черных дыр. Важно отметить, что Бардин не решал уравнения Эйнштейна с известным распределением вещества. Вместо этого он использовал так называемый феноменологический подход, когда по метрике пространства-времени восстанавливается тензор энергии-импульса. Проблема такого подхода состоит в том, что получившийся тензор энергии-импульса крайне сложно, а зачастую невозможно, интерпретировать физически.

Спустя тридцать лет Гарсия опубликовал исследование, в котором предположил, что источником регулярной черной дыры Бардина может быть нелинейная электродинамика. Этот подход породил множество исследований, и было найдено множество решений уравнений Эйнштейна, которые описывают регулярные черные дыры с источником в виде нелинейной электродинамики. Среди этих работ важно выделить статью Кирилла Бронникова, который сформулировал и доказал теорему, что нелинейная электродинамика может быть источником регулярной черной дыры только в том случае, если электрические поля отсутствуют. В остальном нелинейная электродинамика ничем не отличалась от феноменологического подхода построения моделей регулярных черных дыр. Все дело в том, что изначально предполагается существование определённого

типа метрики, которая описывает регулярную черную дыру, а уже на её основе строятся теории нелинейной электродинамики. Ещё одна проблема, возникающая при использовании нелинейной электродинамики, заключается в том, что, как считается, реальные астрофизические черные дыры должны быть нейтральными. А параметр регуляризации возникает из-за наличия заряда, поэтому в результате нейтрализации заряд исчезает и регулярная черная дыра переходит в сингулярную. Источником нейтрализации может служить аккреция заряженных частиц на черную дыру, что приводит к нейтрализации заряда, либо, как рассматривается в работе, процесс Пенроуза для заряженных частиц, который допускает существование заряженных частиц с отрицательной энергией в обобщённой эргообласти регулярной черной дыры, поддерживаемой нелинейной электродинамикой. Как и в случае эффекта Пенроуза для вращающейся черной дыры Керра, его заряженный аналог может приводить к извлечению энергии. Тем не менее, энергия, извлекаемая за счёт уменьшения заряда черной дыры, несущественна как в случае процесса Пенроуза для заряженных частиц, так и в случае эффекта Банадоса—Силка—Веста, что продемонстрировано на примере известных заряженных частиц.

Таким образом, вопрос о том, как образуются регулярные черные дыры, и их устойчивость остаётся открытым. В связи с этим была рассмотрена модель черной дыры с уравнением состояния вида  $\frac{P}{\rho} = k(r)$ , где  $k(r)$  — зависящий от радиальной координаты коэффициент уравнения состояния. Была предложена простая модель, в которой возможно формирование ядра де Ситтера: на поверхности предполагалось уравнение состояния пыли, а в центре — уравнение состояния космологического вакуума  $k(0) = -1$ . В этом случае удалось решить уравнения Эйнштейна и найти массовую функцию, которая при определённых условиях на константы интегрирования может описывать регулярную черную дыру. Более того, в зависимости от констант интегрирования, связанных с массой черной дыры и космологической постоянной, описываемая черная дыра может быть как регулярной, так и сингулярной, что открывает возможность экспериментального различения этих моделей по свойствам тени и квазинормальных мод. Однако в целом эта модель имела смысл лишь с педагогической точки зрения, поскольку подразумевала отрицательное давление повсюду внутри, за исключением поверхности, где уравнением состояния была пыль.

Следующим этапом в познании природы регулярных черных дыр послужила модель, в которой источником вещества выступает материя Хагедорна. Это вещество предположительно описывает сверхплотные состояния и имеет крайне сложное уравнение состояния, включающее логарифмическую зависимость давления от плотности энергии. Нахождение точного аналитического решения затруднено ввиду математической сложности задачи. Тем не менее, было найдено приближённое решение, которое при определённых значениях констант интегрирования описывает модель с уравнением состояния  $P = k(r)\rho$  с линейно зависящим от радиальной координаты коэффициентом. Таким образом, было найдено решение уравнений Эйнштейна, которое может описывать регулярную черную дыру, источником которой является вещество Хагедорна. Поскольку решение зависит от значений параметров интегрирования, оно также может описывать как регулярные, так и сингулярные черные дыры, что открывает возможность различения этих моделей по наблюдаемым характеристикам тени.

Гравитационное расщепление представляет собой новый инструмент, позволяющий находить решения уравнений Эйнштейна с более реалистичным распределением вещества. Оно основано на том, что при определённых условиях сумма решений уравнений Эйнштейна также является решением. Фактически, этот метод работает с метрикой вида

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + g(r)dr^2 + r^2d\Omega^2. \quad (1)$$

Эта метрика рассматривается как основное решение. Далее рассматриваются деформации этой метрики, например, вследствие наличия аккреционного диска, тёмной материи и т.д. Эти деформации вызваны дополнительной материей, описываемой собственным тензором энергии-импульса. При этом прямая сумма уравнений Эйнштейна, соответствующих основному решению (1), и уравнений, соответствующих деформациям от дополнительной материи, приводит к новому решению уравнений Эйнштейна, тензор энергии-импульса которого представляет собой комбинацию тензоров энергии-импульса исходного решения и дополнительной материи. Эта дополнительная материя может играть роль аккреционного диска, и её влияние на свойства тени было рассмотрено в третьей главе диссертации.

Если деформациям подвергается только функция  $g(r)$ , то такой метод называется минимальными геометрическими деформациями, применимыми для описания черных дыр. Однако в общем случае возникают

проблемы, связанные с горизонтом видимости, поскольку зачастую появляется внешний горизонт, аналогичный космологическому. Когда же деформациям подвергаются обе функции  $f(r)$  и  $g(r)$ , речь идёт о расширенном гравитационном расщеплении. Было изучено влияние дополнительной материи на свойства черных дыр Бардина и Хэйварда, и найдены условия, при которых дополнительная материя не приводит к образованию сингулярности. Зачастую эти условия требуют подбора функций деформации, что не является физически разумным подходом при построении теории регулярных черных дыр. В связи с этим были рассмотрены деформации, источником которых является плотность энергии  $\rho = \rho_0 e^{-\frac{r^3}{r_0^3}}$ , использованная Ириной Дымниковой в её работе, в которой было получено известное решение Дымниковой, описывающее регулярную черную дыру. Было показано, что при таких предположениях полученные решения представляют собой суперпозицию решений Бардина и Дымниковой, а также Хэйварда и Дымниковой. Более того, в отличие от решений Бардина, Хэйварда и Дымниковой, полученные решения зависят от параметров интегрирования и могут описывать как регулярные, так и сингулярные черные дыры.

В главе “Образование регулярных черных дыр” рассматриваются вопросы формирования регулярных черных дыр. Описываются свойства обобщённого пространства-времени Вайдья, приводятся примеры образования голых сингулярностей, рассматривается вопрос о заряженном динамическом процессе Пенроуза для заряженных частиц. Строятся модели гравитационного коллапса вещества с уравнением состояния  $\frac{P}{\rho} = k(v, r)$ , где  $v$  является эддингтоновым опережающим временем. Показывается, что такой коллапс может приводить к образованию регулярных черных дыр. Исследуются свойства горизонтов видимости новых решений. Формулируется и доказывается теорема о взаимосвязи энергетических условий и структуры горизонта видимости. Строится модель гравитационного коллапса барионной материи, приводящей к регулярному центру, описываемому уравнением состояния  $P = k(v, r)\rho$ , что требует сшивки двух решений, которая производится, и обсуждается природа данной сшивки с позиции фазовых переходов. Строится модель гравитационного коллапса, приводящая к регулярной черной дыре, источником которой является модифицированное уравнение состояния газа Чаплыгина. Предлагается метод регуляризации решения Хусэйна, которое описывает обобщённую метрику Вайдья с баротропным уравнением со-

стояния. Строится модель гравитационного коллапса пыли и излучения, и показывается, что при превращении вещества в излучение возможно образование регулярного центра, что может служить объяснением природы образования материи, являющейся источником регулярных черных дыр.

Когда звезда исчерпывает внутреннее топливо для термоядерных реакций, она подвергается непрерывному гравитационному коллапсу. Если масса звезды превышает предел Оппенгеймера—Волкова, то результат такого коллапса неизбежно приведёт к образованию черной дыры. Оппенгеймер и его ученик Снейдер ещё в 30-е годы прошлого века продемонстрировали модель гравитационного коллапса однородного шара пыли, приводящего к образованию черной дыры.

Позднее было выяснено, что при учёте неоднородностей в коллапсирующем веществе гравитационный коллапс может приводить к ситуации, когда сингулярность сформировалась, а горизонты видимости ещё нет. Тем самым, результатом подобного процесса будет голая сингулярность. Вопрос об образовании голой сингулярности в результате гравитационного коллапса был интенсивно изучен в литературе, и в диссертации приводится ряд исследований, проделанных автором работы, результатом которых являются модели образования голых сингулярностей и их структура для различных уравнений состояния.

Обобщённая метрика Вайдья может служить моделью для качественного исследования вопроса гравитационного коллапса. Её свойства были тщательно изучены автором диссертации и отражены во второй главе. Исследовались вопросы о локализации горизонтов видимости, существовании конформных векторов Киллинга, отсутствии частиц с отрицательной энергией, а также динамический процесс Пенроуза для заряженных частиц.

Важным результатом проведённых исследований является связь между светоподобными энергетическими условиями и структурой горизонта видимости. Понятие горизонта событий не работает в динамическом случае, и его локализация может быть определена только квази-локально. Вместо горизонта событий границей динамической черной дыры предлагается считать границу ловушечной области — горизонт видимости. Изначально горизонт видимости подразумевался как пространственно-подобная гиперповерхность, однако учёт излучения Хокинга приводит к тому, что горизонт видимости может стать времени-

подобной поверхностью. Как оказалось, эта структура зависит от светоподобных энергетических условий, которые нарушаются при излучении Хокинга и подразумевают испарение черной дыры и уменьшение её массы.

Автором диссертации был введён в рассмотрение горизонт светоподобных энергетических условий, который является границей, отделяющей область пространства-времени, где энергетические условия выполняются, от области, где они нарушаются. При исследовании зависимости был выявлен следующий факт: если энергетические условия выполняются во всём пространстве-времени, то с течением времени произвольная сферически-симметричная черная дыра асимптотически стремится к черной дыре Вайдья.

Если же рассмотреть черную дыру, обладающую двумя горизонтами (случай регулярной черной дыры), и предположить, что существует горизонт светоподобных энергетических условий, то можно рассмотреть следующие случаи:

- Внешний горизонт видимости является пространственно-подобной гиперповерхностью, если выполняются светоподобные энергетические условия;
- Внешний горизонт видимости является светоподобной поверхностью, если он совпадает с горизонтом светоподобных энергетических условий;
- Внешний горизонт видимости является времени-подобной гиперповерхностью, если он располагается внутри горизонта светоподобных энергетических условий;
- Внутренний горизонт видимости является пространственно-подобной гиперповерхностью, если он располагается внутри горизонта светоподобных энергетических условий;
- Внутренний горизонт видимости является светоподобной гиперповерхностью, если он совпадает с горизонтом светоподобных энергетических условий;
- Внутренний горизонт видимости является времени-подобной гиперповерхностью, если энергетические условия выполняются.

Таким образом, было показано, что испарение черной дыры может происходить не только при уменьшении массы, но и при её увеличении. Приведён пример заряженного Вайдья, когда при аккреции обычной заряженной материи нарушаются светоподобные энергетические условия и горизонт светоподобных энергетических условий содержит в себе оба горизонта видимости. При этом происходит уменьшение внешнего горизонта видимости и увеличение внутреннего, что приводит к тому, что черная дыра может стать экстремальной, а горизонты впоследствии и вовсе исчезнуть.

Применительно к регулярным черным дырам это приводит к тому, что образуется либо экстремальная черная дыра, либо происходит исчезновение горизонтов, и шар вещества с регулярным центром и без горизонтов становится видимым для внешнего наблюдателя, что может рассматриваться как пример разрешения парадокса потери информации.

После тщательного исследования структуры горизонтов рассматривается гравитационный коллапс с уравнением состояния  $\frac{P}{\rho} = k(v, r)$ . Для того, чтобы этот процесс приводил к образованию регулярного центра, необходимо было исследовать это решение вблизи центра. С этой целью коэффициент уравнения состояния был разложен в ряд Тейлора по степеням  $r$ , и были выявлены условия, при которых подобный коллапс ведёт к регулярному центру. Были получены решения уравнений Эйнштейна, основанные на данном разложении, и как выяснилось, эти новые решения являются динамическими обобщениями черных дыр Дымниковой и решения, полученного автором данной диссертации с источником в виде вещества Хагедорна.

Поскольку данные решения зависят от выбора функции, сингулярность в центре или ядро де Ситтера могут иметь временный характер. На первый взгляд, исчезновение и появление сингулярности выглядит нелепо, однако было выяснено, что подобная сингулярность не является гравитационно-сильной, а потому о её наличии или отсутствии можно судить только при  $r = 0$ ; в непосредственной близости от неё конгруэнция геодезических, или, проще говоря, тело, падающее на центр, не испытывает никакого воздействия. Были построены горизонты видимости для новых типов решений, и функции интегрирования были подобраны так, чтобы нарушалось светоподобное энергетическое условие. Поведение горизонтов находится в полном соответствии с теоремой, доказанной ранее.

Тем не менее, как мы упоминали выше, эти новые решения были получены в предположении, что вблизи центра коэффициент уравнения состояния можно разложить по степеням  $r$ . Это означает, что вдали от центра, вообще говоря, мы не можем рассматривать эти решения. Это также связано с тем, что на достаточно больших расстояниях нарушаются доминантные энергетические условия, а потому данное решение должно быть сшито с внешним решением. В качестве внешнего решения было выбрано решение Хусэйна, которое описывает гравитационный коллапс барионной материи. Был выявлен радиус, при котором одно решение гладко переходит в другое. Было также сделано предположение, что этот радиус определяет ту критическую плотность, при которой начинаются фазовые переходы, аналогичные фазовым переходам в ранней Вселенной.

Однако, эти модели необъясняют природу образования экзотичной материи. В связи с чем, была предложена простая модель гравитационного коллапса пыли и излучения. Мотивация данного исследования состоит в том, что в процессе гравитационного коллапса плотность внутри звезды становится настолько большой, что происходит превращение материи в излучение.

Если мы рассмотрим простую модель без превращения материи в излучение, то результатом подобного коллапса всегда будет сингулярная черная дыра. Однако, если, как рассматривается в космологии, предположить, что между материей и излучением существует поток энергии, т.е. материя превращается в излучение, и, более того, предположить, что этот процесс усиливается к центру, то возможно формирование регулярной черной дыры.

Таким образом, в качестве природы экзотического вещества предложена модель гравитационного коллапса, при котором материя интенсивно переходит в излучение. На основе данного процесса можно объяснить решения Дымниковой, Бардина и Хэйварда, а также решение, полученное автором диссертации.

В заключительной главе “Тень черной дыры” изложены теоретические основы формирования тени черной дыры. Описываются разработанные методы учёта влияния аккреции на тень произвольных сферически-симметричных и стационарных черных дыр. Описывается применение методов для расчёта теней модифицированных черных дыр Шварцшильда и Рейсснера—Нордстрема. Излагается оценка влияния

материи на тень черной дыры Шварцшильда в произвольном асимптотически плоском случае. Формулируется и доказывается теорема о взаимосвязи энергетических условий и тени динамической черной дыры. Используется существование конформного вектора Киллинга для аналитического построения тени динамической заряженной черной дыры Вайдья. Впервые предлагается метод аналитического построения тени динамической черной дыры в случае медленного темпа аккреции.

Черная дыра не испускает электромагнитные волны, а потому о её существовании мы можем судить по её влиянию на окружающее пространство-время и материю. Одним из таких проявлений является искривление лучей света от далёких звёзд. Черная дыра искривляет пространство-время настолько сильно, что свет может двигаться по неустойчивым круговым орбитам, которые формируют так называемую фотон сферу.

Если представить идеализированный случай, когда между источником света и наблюдателем располагается черная дыра, а между наблюдателем и черной дырой отсутствуют другие источники света, то наблюдатель на небе может видеть тёмное пятно — тень черной дыры. Лучи от источника могут проходить на различной дистанции от черной дыры:

- Если они пересекают границу фотон сферы, то попадают в черную дыру и не достигают наблюдателя;
- они могут двигаться по круговой неустойчивой орбите и также не достигнуть глаза наблюдателя;
- наконец, они проходят на достаточном расстоянии от черной дыры и не пересекают фотон сферу. Они искривляются и попадают в глаз наблюдателя.

Если проследить все лучи, фиксируемые наблюдателем, и проследить их в прошлое, то они будут очерчивать на небе область, которая и является тенью черной дыры. Если бы пространство-время не было искривлено и лучи распространялись по прямым линиям, то наблюдатель на небе видел бы евклидову тень размером с горизонт событий черной дыры. Однако искривление пространства-времени делает видимую тень в 2.5 раза больше, чем евклидова.

Однако реальные черные дыры окружены аккреционным диском, и необходимо учесть его влияние на форму и размер тени. Можно рассмотреть аккреционный диск, изучить его свойства, выявить прохождение

лучей света в плазме и после этого оценить влияние плазмы на тень черной дыры. В работе же был использован другой подход: предполагалось, что аккреционный диск деформирует метрику пространства-времени, и рассматривалось движение света в деформированной метрике с учётом её влияния на тень черной дыры.

Для начала была рассмотрена произвольная сферически-симметричная черная дыра. Применяя к ней известные методы расчёта тени черной дыры, были получены радиус фотон сферы и радиус тени. После чего рассматривались деформации метрики. Ввиду того, что аккреционный диск обладает массой, пренебрежимо малой по сравнению с массой черной дыры, был применён метод возмущений и вычислено влияние аккреционного диска на радиусы фотон сферы и тени черной дыры. Были выявлены условия, при которых происходит уменьшение или увеличение радиусов фотон сферы и тени, после чего полученные формулы были сравнены с формулами, полученными Цупко и Бисноватым-Коганом при учёте свойств плазмы, и выявлено полное соответствие с их данными.

Аналогичным образом был разработан метод учёта аккреционного диска при формировании тени вращающейся черной дыры. В отличие от сферически-симметричного случая, полученные формулы оказались громоздкими, и оценка влияния в большинстве случаев может быть произведена только с использованием численных методов.

При рассмотрении известных решений Эйнштейна, обладающих асимптотической плоскостностью, расчёт тени крайне затруднителен. Можно привести примеры метрик Шварцшильда и Рейсснера—Нордстрема, для которых удаётся точно посчитать радиусы фотон сферы и тени черной дыры. В остальных случаях получаются алгебраические уравнения, нахождение корней которых либо технически затруднительно, либо невозможно. Было предложено рассматривать разложение асимптотически плоского пространства-времени по степеням  $\frac{1}{r}$  и сравнить тень произвольной асимптотически плоской черной дыры с тенью Шварцшильда. Были получены формулы, зависящие от коэффициентов разложения, которые однозначно указывают на их влияние на тень черной дыры Шварцшильда, что может быть использовано для оценки поведения тени черной дыры по сравнению со шварцшильдовым случаем.

Разработанные методы были применены к модифицированным черным дырам Шварцшильда и Рейсснера—Нордстрема, чтобы выявить, как дополнительная материя влияет на свойства тени. Также были рассчитаны удельная интенсивность и учтены эффекты бесстолкновительной ненамагниченной плазмы для черной дыры Стрельца  $A^*$ .

Однако черная дыра в процессе аккреции меняет свои параметры — будь то масса, заряд или другие характеристики. В общем случае черная дыра описывается так называемой массовой функцией, которая указывает на количество гравитационной энергии в сфере радиуса  $r$ . При изменении этой функции радиусы фотон сферы и тени черной дыры меняются в зависимости от её изменения: если массовая функция возрастает, то возрастает и тень черной дыры вместе с фотон сферой. Если же массовая функция уменьшается, то уменьшаются и радиус фотон сферы, и тень. Однако массовая функция и масса черной дыры совпадают только в случае черной дыры Шварцшильда; в других случаях это совершенно разные понятия. Так, например, массовая функция черной дыры Рейсснера—Нордстрема содержит не только массу, но и электрический заряд. В связи с этим возникает вопрос: что происходит с тенью, если увеличивается масса черной дыры? Оказывается, что всё зависит от светоподобных энергетических условий, что можно сформулировать в виде теоремы: если масса черной дыры растёт и выполняются светоподобные энергетические условия, то тень черной дыры также растёт. Если же масса черной дыры растёт, но светоподобные энергетические условия нарушаются, то тень уменьшается в размерах. Примером, опять же, может служить аккреция заряженных частиц на черную дыру.

Сформулированная выше теорема является одним из первых подходов к изучению свойств теней динамических черных дыр. Ранее было выяснено, что можно построить аналитическую модель динамической черной дыры, если пространство-время допускает существование конформного вектора Киллинга, что позволяет ввести дополнительную сохраняющуюся величину вдоль светоподобных геодезических, связанную с энергией фотона. Произведя поиск конформных симметрий для заряженной черной дыры Вайдья, была построена тень динамической черной дыры. Результаты оказались тривиальными и находятся в полном соответствии со статическим случаем: заряд всегда уменьшает размеры тени черной дыры по сравнению с тенью черной дыры Шварцшильда. Тем не менее, динамический случай предлагает существенное отличие от стати-

ческого случая при рассмотрении голой сингулярности. Голая сингулярность пространства-времени Рейсснера—Нордстрема обладает двумя фотон сферами, что не позволяет сформировать тень черной дыры. Однако динамический случай указывает на то, что, несмотря на существование двух фотон сфер, вторая из них скрыта под конформным горизонтом Киллинга, и отражённый свет не достигает внешнего наблюдателя, формируя на небе тёмное пятно — тень. Тем самым было показано, что в динамическом случае голая сингулярность, в отличие от статического случая, может отбрасывать тень. Это указывает на то, что голая сингулярность в данном случае не может быть отличима от черной дыры исходя только из свойств тени.

Однако пространств-времени, допускающих конформный вектор Киллинга, немного. При этом те пространства-времени, которые допускают конформные векторы Киллинга, должны обладать определёнными значениями функций, что лишает задачу общего характера. При этом реальные астрофизические черные дыры постоянно поглощают вещество или излучают в результате эффекта Хокинга, что приводит либо к увеличению массы, либо к её потере. Все это говорит в пользу того, что пространство-время вокруг черных дыр должно быть динамическим. При этом энергия фотона в динамическом случае не сохраняется, что приводит к тому, что становится невозможным свести уравнения второго порядка к уравнениям движения первого порядка.

В общем случае сферической симметрии были изучены уравнения движения второго порядка. Было выявлено, что радиус фотонной сферы располагается при радиусе баланса центробежного ускорения и общерелятивистских поправок в статическом случае. В динамическом случае к уравнениям второго порядка добавляется индуцированное ускорение, которое зависит от обобщённого потока энергии. Тщательный анализ выявил, что этот обобщённый поток связан с изменением энергии фотона, что позволило, в случае медленного темпа аккреции, построить аналитическую приближённую формулу расчёта радиуса фотон сферы и радиуса тени черной дыры. Полученные формулы находятся в полном соответствии с теоремой о зависимости поведения тени черной дыры от энергетических условий.

В Заключение подводятся основные результаты и выводы диссертационной работы. были проведены исследования различных аспектов теории регулярных черных дыр, включая их структуру, формирование

и эволюцию, а также влияние аккреционных процессов на их наблюдаемые характеристики. Результаты работы позволяют углубить понимание как фундаментальных свойств черных дыр, так и практических методов их изучения через наблюдения их теней.

**Основные полученные результаты** состоят в следующем:

1. Построена модель статической регулярной чёрной дыры, источником которой служит вещество Хагедорна, соответствующее реалистичному уравнению состояния при высоких плотностях.
2. Установлена зависимость эволюции горизонтов видимости от выполнения светоподобных энергетических условий. Проведён анализ процессов испарения чёрных дыр в контексте новых данных о поведении горизонтов видимости.
3. Разработана физически обоснованная модель гравитационного коллапса барионной материи, в рамках которой выявлены ключевые процессы, приводящие к образованию регулярной чёрной дыры.
4. Выполнена оценка плотности электромагнитного излучения, возникающего при фазовых переходах вещества в процессе гравитационного коллапса.
5. Обнаружены новые свойства тени динамической сферически-симметричной чёрной дыры. Показана её зависимость от светоподобных энергетических условий.
6. Установлена аналитическая зависимость между геометрическими деформациями пространства-времени и наблюдаемыми размерами тени чёрной дыры. Получено явное выражение для размера тени в зависимости от параметров деформации.

Данная работа представляет собой вклад в современную теорию черных дыр, предоставляя новые инструменты для исследования их структуры, динамики и наблюдаемых свойств. Полученные результаты имеют фундаментальное значение для понимания процессов, происходящих в окрестностях черных дыр, а также для интерпретации данных, получаемых современными астрономическими наблюдениями, таких как изображения теней черных дыр.

Кроме того, разработанные методы регуляризации и моделирования коллапса позволяют лучше понять природу экзотической материи и механизмы ее образования в процессе гравитационного коллапса. Эти результаты могут быть применены для дальнейшего изучения вопросов квантовой гравитации и физики высоких энергий.

### **Список основных публикаций по теме диссертации**

1. V. Vertogradov, *Gravitational Collapse and Formation of Regular Black Holes: Dymnikova, Hayward, and Beyond*, Eur. Phys. J. C 85, 839 (2025).
2. V. Vertogradov, A. Ovgun, *Regular Black Hole Models in the Transition from Baryonic Matter to Quark Matter*, JCAP 06, 051 (2025).
3. V. Vertogradov, A. Ovgun, D. Shatov, *Formation of regular black hole from baryonic matter*, Chin. Phys. C 49, 115103 (2025).
4. V. Vertogradov, *Regular Black Hole from gravitational collapse of dust and radiation*, Phys. Dark Univ. 48, 101881 (2025).
5. V. Vertogradov, *Dynamical Black Holes: Apparent Horizon Versus Energy Conditions*, Phys. Lett. B 867, 139607 (2025).
6. V. Vertogradov, A. Ovgun, *Exact Regular Black Hole Solutions with de Sitter Cores and Hagedorn Fluid*, Class. Quant. Grav. 42, 025024 (2025).
7. M. Misyura, A. Rincon, V. Vertogradov, *Non-singular black hole by gravitational decoupling and some thermodynamic properties*, Phys. Dark Univ. 46, 101717 (2024).
8. V. Vertogradov, A. Ovgun, R.C. Pantig, *Analyzing the Influence of Geometrical Deformation on Photon Sphere and Shadow Radius: A New Analytical Approach – Stationary, and Axisymmetric Spacetime*, Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. 2, 2540001 (2025).
9. V. Vertogradov, M. Misyura, P. Bambhaniya, *Influence of primary hair and plasma on intensity distribution of black hole shadows*, Eur. Phys. J. Plus 140, 23 (2025).
10. Y. Heydarzade, V. Vertogradov, *Dynamical photon spheres in charged black holes and naked singularities*, Eur. Phys. J. C 84, 582 (2024).
11. V. Vertogradov, A. Ovgun, *General Approach on Shadow Radius and Photon Spheres in Asymptotically Flat Spacetimes and the Impact of Mass-Dependent Variations*, Phys. Lett. B 854, 138758 (2024).
12. V. Vertogradov, A. Ovgun, *Analyzing the Influence of Geometrical Deformation on Photon Sphere and Shadow Radius: A New Analytical*

*Approach – Spherically Symmetric Spacetimes*, Phys. Dark Univ. 45, 101541 (2024).

13. V. Vertogradov, *The generalized Vaidya spacetime with polytropic equation of state*, Gen. Rel. Grav. 56, 59 (2024).

14. T.R. Pryadilin, D.V. Zhitov, V.D. Vertogradov, *On particle collisions in the vicinity of the charged black holes*, Grav. Cosmol. 30, 48 (2024).

15. V. Vertogradov and D. Kudryavcev, *Generalized Vaidya spacetime: horizons, conformal symmetries, surface gravity and diagonalization*, Mod. Phys. Lett. A, 2350119 (2023).

16. V. Vertogradov, *Extraction Energy From Charged Vaidya Black Hole Via Penrose Process*, Commun. Theor. Phys. 75, 045404 (2023).

17. V. Vertogradov, *The structure of the generalized Vaidya spacetime containing the eternal naked singularity*, Int. J. Mod. Phys. A 37, 2250185 (2022).

18. D. Dey, K. Mosani, P. Joshi, V. Vertogradov, *Causal structure of singularity in non-spherical gravitational collapse*, Eur. Phys. J. C 82, 431 (2022).

19. V. Vertogradov, *The negative energy in generalized Vaidya spacetime*, Universe 6, 155 (2020).

20. V. Vertogradov, *The eternal naked singularity formation in the case of gravitational collapse of generalized Vaidya space-time*, Int. J. Mod. Phys. A 33, 1850102 (2018).