

На правах рукописи



Чаадаева Татьяна Игорьевна

**КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ
МОДИФИЦИРОВАННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ
ВИДА $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$**

Специальность 1.3.3. Теоретическая физика

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова».

Научный руководитель: **Червон Сергей Викторович**,
доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры физики и технических дисциплин ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова»

Официальные оппоненты: **Саха Биджан**,
доктор физико-математических наук, Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория информационных технологий, ведущий научный сотрудник

Болохов Сергей Валерьевич,
кандидат физико-математических наук, ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», доцент

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет», г. Казань

Защита состоится 7 сентября 2026 г. на заседании диссертационного совета 24.2.273.04 при Балтийском федеральном университете им. И. Канта по адресу: 236041, г. Калининград, ул. А. Невского, 14, корпус образовательно-научного кластера «Институт высоких технологий», ауд. 229.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Балтийского федерального университета им. И. Канта.

Автореферат разослан «___» _____ 2026 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
24.2.273.04,
д-р. физ.-мат. наук



А. В. Асташёнок

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Космология – наука о Вселенной в целом, её глобальных свойствах и физических процессах, определяющих её эволюцию [1]. Согласно теории пространства, времени и гравитации Эйнштейна (ОТО), структура пространства-времени связана с заполняющей его материей. Теория гравитации учитывает искривление пространства-времени, а её уравнения движения связывают динамику пространства-времени с распределением материи и энергии [2, 3]. Надежно подтверждены предсказания теории гравитации Эйнштейна, включая прецессию перигелия Меркурия, отклонение лучей света массивным телом (в частности – Солнцем), временную задержку радиолокационного сигнала [3], детектирование гравитационных волн от слияния двойной чёрной дыры (событие GW150914), зарегистрированное коллаборацией LIGO/Virgo [4].

Несмотря на успехи, классическая теория гравитации Эйнштейна не может в полной мере объяснить наблюдаемое ускоренное расширение на современном этапе [5, 6] без введения экзотических компонентов, таких как тёмная энергия. Это стимулировало развитие модифицированных теорий гравитации (МТГ). Ключевую роль в современной космологии играет инфляционная модель – стадия ускоренного расширения ранней Вселенной [7–9]. Включение инфляционной эпохи позволяет решить проблемы горизонта и плоскостности, а также предсказывает появление квантовых флуктуаций, приводящих к первичным неоднородностям, необходимым для формирования крупномасштабной структуры [10]. Среди моделей космологической инфляции особое место занимает модель А. Старобинского, основанная на модификации теории гравитации добавлением квадратичного слагаемого R^2 [7, 11].

Перспективным направлением являются МТГ высшего порядка, обобщающие $f(R)$ -гравитацию включением в лагранжиан производных скалярной кривизны первого, второго и более высокого порядка [12–14]. Такого рода теории позволяют описывать космологические сценарии, включая раннюю космологическую инфляцию и позднее ускоренное расширение Вселенной, без привлечения экзотических полей материи. Важным инструментом исследования моделей $f(R)$ -гравитации высшего порядка является их сведение к скалярно-тензорным и киральным космологическим моделям (ККМ), что позволяет понизить порядок уравнений движения до второго порядка и анализировать динамику взаимодействующих скалярных полей [14–16]. В данной диссертационной работе исследуются модели МТГ, учитывающие влияние квантовых поправок, проявляющихся через наличие производных высшего порядка от скалярной кривизны. Такой подход позволяет описывать эволюцию Вселенной на всех стадиях и прогнозировать параметры космологических возмущений – спектр мощности,

спектральный индекс скалярных и тензорных мод, а также тензорно-скалярное отношение. При этом инфляционные сценарии в рассматриваемых моделях могут быть согласованы с данными космических обсерваторий WMAP [17], ВISER2/Planck [18].

Цель и задачи исследования

Целью исследования является изучение космологической динамики и космологических возмущений в модифицированной теории гравитации вида $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ и её усечённых версий $f(R, (\nabla R)^2)$, $f(R, \square R)$, нахождение решений, описывающих стадию инфляции, а также сопоставление полученных теоретических предсказаний с наблюдательными данными.

Для достижения цели были поставлены задачи:

1. Найти решения дифференциальных уравнений космологической динамики модифицированной теории гравитации вида $f(R, (\nabla R)^2) = f_1(R) + X(R)\nabla_\mu R\nabla^\mu R$, содержащих производные 6-го порядка от масштабного фактора по времени t .

2. Найти скалярно-тензорный эквивалент для $f(R, (\nabla R)^2)$ -, $f(R, \square R)$ -, $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ -гравитации и на их основе построить киральные космологические модели.

3. Найти точные и приближенные решения уравнений космологической динамики для киральных космологических моделей, соответствующих $f(R, (\nabla R)^2)$ -, $f(R, \square R)$ -, $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ -гравитации.

4. Разработать метод сведения многополевых киральных космологических моделей, соответствующих $f(R, (\nabla R)^2)$ -, $f(R, \square R)$ -гравитации, к модели с одним скалярным полем для возможности сопоставления предсказаний спектральных космологических параметров по наблюдательным данным.

Научная новизна отражена в результатах, полученных впервые в диссертационном исследовании:

1. Получен общий вид уравнений модифицированной теории гравитации вида $f(R, (\nabla R)^2) = f_1(R) + X(R)\nabla_\mu R\nabla^\mu R$ для произвольной метрики; записаны уравнения космологической динамики для однородной и изотропной вселенной Фридмана; найдены точные решения для экспоненциальной и квазиэкспоненциальной (близкой к экспоненциальной) эволюции масштабного фактора.

2. Действие модифицированной теории гравитации вида $f(R, (\nabla R)^2) = f_1(R) + X(R)\nabla_\mu R\nabla^\mu R$ представлено в терминах скалярно-мультитензорной теории гравитации, обобщающее действие модели Старобинского–Подольского.

3. Уравнения космологической динамики модифицированной теории гравитации вида $f(R, (\nabla R)^2) = f_1(R) + X(R)\nabla_\mu R\nabla^\mu R$ записаны с учётом вклада тёмной энергии. Для специальной формы функций $f_1(\phi)$, $X(\phi)$

получены точные аналитические решения уравнений космологической динамики для произвольной эволюции скалярного поля $\phi(t)$, плотность и давление эффективной идеальной жидкости.

4. Киральная космологическая модель, соответствующая модифицированной теории гравитации вида $f(R, (\nabla R)^2) = f_1(R) + X(R)\nabla_\mu R \nabla^\mu R$, сведена к однополевой модели, теоретические предсказания которой для степенной и промежуточной (между степенной и экспоненциальной) эволюции масштабного фактора сопоставлены с наблюдательными данными.

5. Функционал действия $f(R, \square R)$ -, $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ -гравитации преобразован к киральной космологической модели в вакууме.

6. Найдены новые точные решения уравнений космологической динамики для киральной космологической модели, соответствующей $f(R, \square R)$ -, $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ -гравитации при нулевом и постоянном потенциалах скалярного поля; для киральной космологической модели, соответствующей $f(R, \square R)$ -гравитации в условиях режима медленного скатывания при заданной форме потенциала скалярного поля.

Теоретическая и практическая значимость

Разработанные методы, подходы к построению, исследованию и анализу теоретических предсказаний космологических моделей, их сопоставление с наблюдательными данными могут быть применены для изучения широкого класса моделей модифицированных теорий гравитации, описывающих космологическую инфляцию ранней Вселенной.

Полученные теоретические предсказания могут быть использованы для согласования по спектральным космологическим параметрам (спектр мощности тензорных и скалярных возмущений, спектральный индекс тензорных и скалярных возмущений, тензорно-скалярное отношение) с данными новых космических миссий, подобных Planck.

Положения, выносимые на защиту:

1. Инфляционные решения для экспоненциальной и квазиэкспоненциальной эволюции масштабного фактора в пространственно-плоской вселенной Фрийдмана в модифицированной теории гравитации вида $f(R, (\nabla R)^2) = f_1(R) + X(R)\nabla_\mu R \nabla^\mu R$.

3. Точные решения, описывающие степенную и промежуточную (между степенной и экспоненциальной) инфляцию, согласованные с наблюдательными данными космической обсерватории Planck по спектральным космологическим параметрам для двухкомпонентной киральной космологической модели, построенной для $f(R, (\nabla R)^2)$ -гравитации.

3. Космологические решения в условиях режима медленного скатывания, обеспечивающие раннюю космологическую инфляцию при постоянном потенциале скалярного поля в однополевой киральной космологической модели, редуцированной из киральной модели с тремя киральными полями при линейной зависимости двух полей от третьего, соответствующей $f(R, \square R)$ -, $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ -гравитации.

4. Космологические решения при экспоненциальной, тригонометрической и гиперболической эволюции масштабного фактора с постоянным потенциалом скалярных полей для киральной космологической модели с тремя киральными полями, соответствующей $f(R, \square R)$ -гравитации.

Степень достоверности и апробация результатов

Полученные результаты основаны на анализе решений уравнений модифицированных теорий гравитации, которые переходят в проверенные решения гравитационных уравнений Эйнштейна и моделей скалярно-тензорной теории гравитации.

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на конференциях международного уровня: XII Международная конференция по гравитации, астрофизике и космологии (ICGAC-12) (Москва, 2015), 16-я Российская гравитационная конференция – Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике (RUSGRAV-16) (Калининград, 2017), Третий симпозиум Ассоциации БРИКС по гравитации, астрофизике и космологии (Казань, 2019), XXIII Международная научная конференция «Физические интерпретации теории относительности» (PIRT-2023) (Москва, 2023); школах-семинарах: 5-ая Ульяновская международная школа-семинар «Проблемы теоретической и наблюдательной космологии» UISS-2016 (Ульяновск, 2016), Международная зимняя школа-семинар по гравитации, космологии и астрофизике «Петровские чтения» (Казань, 2017, 2018, 2022); семинарах лаборатории гравитации, космологии, астрофизики Ульяновского государственного педагогического университета им. И. Н. Ульянова.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение содержит обоснование актуальности проведённых в диссертационной работе исследований, формулировку цели и задач, изложение научной новизны и практической значимости полученных результатов, а также перечень основных положений, выносимых на защиту.

Первая глава посвящена обзору модифицированных теорий гравитации, включающих производные высших порядков. В ней описываются методы исследования моделей, которые рассматриваются в последующих главах 2–5.

Во второй главе исследована космологическая динамика в рамках МТГ вида $f_1(R) + X(R)\nabla_\mu R\nabla^\mu R$ с учётом тензора энергии-импульса идеальной жидкости. Изложен подход к построению уравнений гравитационного поля, а также выполнено сведение данной теории с высшими производными к ККМ. Проведён анализ космологической динамики на основе указанной модификации $f_1(R) + X(R)\nabla_\mu R\nabla^\mu R$ -гравитации: получены уравнения космологической динамики, найдены космологические

решения и представлена интерпретация уравнений в терминах эффективной идеальной жидкости. Модель $f_1(R) + X(R)\nabla_\mu R\nabla^\mu R$ представлена в скалярно-мульти-тензорном виде, установлена её связь с моделью Старобинского–Подольского.

В **третьей главе** представлены решения для киральной космологической модели, соответствующей гравитации вида $f_1(R) + X(R)\nabla_\mu R\nabla^\mu R$. Найдены решения деситтеровского типа и решения, описывающие степенную инфляцию. Также получены решения для космологических моделей с дополнительным материальным полем.

Переход от гравитации $f_1(R) + X(R)\nabla_\mu R\nabla^\mu R$ к двухкомпонентной ККМ осуществляется путём введения в действие множителей Лагранжа согласно методу, изложенному в работе [14]. Действие в картине Йордана посредством конформного преобразования метрики $g_{\mu\nu}^E = \Omega^2 g_{\mu\nu}^J$ приводится к картине Эйнштейна. После введения скалярного поля $\chi = \sqrt{3/2} \ln(\Omega^2/2)$ действие принимает вид ККМ с двумя полями ($\varphi^1 = \chi$, $\varphi^2 = \phi$), метрикой пространства целей, имеющей компоненты $h_{11} = 1$, $h_{22} = -e^{-\sqrt{2/3}\chi} X(\phi)$, $h_{12} = h_{21} = 0$, и потенциалом взаимодействия $W = \frac{1}{4} e^{-\sqrt{2/3}\chi} (\phi - e^{-\sqrt{2/3}\chi} f_1(\phi))$.

Такое представление позволяет записать уравнения космологической динамики в метрике ФРУ:

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 (dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)). \quad (1)$$

В рамках модели получены примеры решений динамических уравнений. При постоянном поле $\chi = \chi_0 = \text{const}$ параметр Хаббла оказывается постоянным ($H = \text{const}$), что соответствует решению де Ситтера. В случае $\chi = -\sqrt{3/2} \ln 2$ и степенной эволюции масштабного фактора ($H = m/t$) функция $X(\phi)$ пропорциональна $1/\phi^2$, скалярное поле ϕ убывает обратно пропорционально квадрату времени, а функции $f_1(\phi)$ и потенциал линейно зависят от ϕ . Таким образом, рассматриваемая модель допускает решения, соответствующие стадиям ранней инфляции.

Далее исследуются космологические модели, содержащие помимо скалярных полей ϕ и χ дополнительное поле Φ , играющее роль материальной компоненты. Для исследуемой модели уравнения динамики в пространственно-плоской вселенной ФРУ записаны по методу работы [20]. При выборе $\chi_0 = -\sqrt{3/2} \ln 2$ уравнения космологической динамики образуют замкнутую систему пяти неизвестных функций: $H(t)$, $\phi(t)$, $f(t)$, $\rho_m(t)$, $p_m(t)$. Нелинейность системы означает, что давление и плотность энергии материального поля Φ определяются эволюцией поля ϕ . Для произвольного поля $\phi(t) \neq \text{const}$ и его логарифмической эволюции $\phi(t) = \frac{1}{\alpha} \ln(\beta t)$ (где α и β — постоянные) получены точные решения для параметра Хаббла $H(t)$, масштабного фактора $a(t)$, а также для $f(t)$, $\rho_m(t)$ и $p_m(t)$. Эти решения соответствуют экспоненциально-степенному типу инфляционной динамики.

В рамках модели исследована эволюция параметра состояния $w_m = p_m/\rho_m$. Показано, что материальное поле Φ в ходе инфляции переходит от состояния вакуума де Ситтера ($w_m = -1$) к состоянию, соответствующему излучению ($w_m = 1/3$). Тем самым модель демонстрирует естественный выход из стадии инфляции, согласующийся с инфляционным сценарием ранней Вселенной на основе модификаций гравитации Эйнштейна [20].

Рассмотрен также переход от исходной метрики к новой метрике в терминах параметра Хаббла согласно [21]. Найдена функция связи для такого преобразования в случае степенной и деситтеровской инфляции при однозначном задании конформного множителя.

Для согласования модели с наблюдательными данными разработан метод сведения двухполевой модели к однополевой. В предположении линейной зависимости между полями $\phi(t) = k\chi(t)$ ($k = \text{const}$) модель двух скалярных полей сводится к инфляционной модели одного поля. Следствие из уравнений динамики скалярных полей

$$3H^2 + \dot{H} = V(\chi, k\chi) = \frac{1}{4}e^{-\sqrt{2/3}\chi} \left(-k\chi + e^{-\sqrt{2/3}\chi} f_1(\chi) \right) \quad (2)$$

и специальный выбор кинетической функции $X(\chi) = \pm e^{\sqrt{2/3}\chi}$ позволяют применить подход Иванова–Салопека–Бонда (ИСБ). При $k = 0$ воспроизводится уравнение ИСБ для космологии Фридмана с потенциалом (2).

Согласование модели с наблюдательными данными продемонстрировано на примере точного решения для массивного скалярного поля [22]. Для потенциала $V(\varphi) = \frac{m^2\varphi^2}{2} - \frac{m^2}{3}$ получены выражения для параметра Хаббла и эволюции поля. Рассчитаны первый и второй параметры медленного скатывания. Используя зависимость числа е-фолдов от времени, параметр медленного скатывания выражен через число е-фолдов $\epsilon = 1/(2N)$. При $N = 65$ это даёт $\epsilon = 0,0077$, а второй параметр δ равен нулю.

С помощью уточнённых формул [22] для скалярного спектрального индекса n_S и спектра мощности скалярных возмущений $\mathcal{P}_S(k)$ получены значения $n_S \simeq 0,9690$ и $\mathcal{P}_S(k) = 2,1 \times 10^{-9}$, что хорошо согласуется с данными космической миссии Planck [18].

Из условия нормировки спектра мощности найдена масса скалярного поля φ : $m^2 = 6,25 \times 10^{-11}$. Установлено соотношение между массами полей φ и χ : $m_\varphi = m_\chi/\sqrt{1 \mp k^2}$, что подчёркивает различие между одно- и многополевыми моделями: эффективная масса поля в однополевом описании может изменяться за счёт присутствия других полей.

Тензорный спектральный индекс для этой модели равен $n_T = -0,0155$, а тензорно-скалярное отношение $r = 4s\epsilon$ (где s – нормировочный множитель) при $s = 1$ составляет $r = 0,0031$, что удовлетворяет наблюдательным ограничениям ($r < 0,028$).

Аналогичный алгоритм применён к модели промежуточной инфляции. Из условия нормировки спектра мощности скалярных возмущений при $N = 60$ тензорно-скалярное отношение при этом оказывается равным $r(s = 4) = 0,064$ и $r(s = 1) = 0,016$, что для $s = 1$ также удовлетворяет наблюдательным ограничениям.

В **четвёртой главе** модифицированная теория гравитации вида $f(R, \square R)$ сведена к тензорно-мульти-скалярному виду и найдены её космологические решения.

Следуя методу работы [14] и используя конформное преобразование метрики, модель $f(R, \square R)$ преобразована к трёхкомпонентной киральной космологической модели. Результирующее действие в картине Эйнштейна принимает вид:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \chi_{,\mu} \chi_{,\nu} - \frac{1}{2} e^{-\sqrt{2/3}\chi} g^{\mu\nu} \psi_{,\mu} \phi_{,\nu} + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} e^{-2\sqrt{2/3}\chi} (f(\phi, \psi) - \psi B(\phi, \psi)) - \frac{1}{4} e^{-\sqrt{2/3}\chi} \phi \right], \quad (3)$$

где киральная метрика имеет ненулевые компоненты $h_{11} = 1$, $h_{23} = h_{32} = \frac{1}{2} e^{-\sqrt{2/3}\chi}$, а потенциал взаимодействия определяется выражением $W(\chi, \phi, \psi) = \frac{1}{4} e^{-\sqrt{2/3}\chi} \phi - \frac{1}{4} e^{-2\sqrt{2/3}\chi} (f(\phi, \psi) - \psi B(\phi, \psi))$.

В метрике ФРУ (1) получены уравнения космологической динамики. В условиях приближения медленного скатывания эти уравнения упрощаются, что позволяет найти решение де Ситтера ($H = \dot{H} = \text{const}$). В этом решении поля ϕ и ψ постоянны ($\phi = \phi = \text{const}$, $\psi = \psi_* = \text{const}$), а поле χ эволюционирует со временем:

$$\chi = \sqrt{\frac{3}{2}} \ln \left(e^{\frac{4H_*^2}{3}t} + \frac{1}{24H_*^2} \right), \quad (4)$$

при этом потенциал остаётся постоянным: $W = 3H_*^2$. Данный результат принципиально отличается от инфляционной модели Фридмана, где постоянство параметра Хаббла влечёт за собой постоянство потенциала и самого скалярного поля. В рассмотренной же модели одно из полей сохраняет динамику даже в режиме де Ситтера.

При выборе специальной зависимости $f - \psi B = \phi e^{\sqrt{2/3}\chi}$, обеспечивающей нулевой потенциал, получены точные решения. В отсутствие материального поля ($\rho_m = 0$, $p_m = 0$) и при условии $\phi = 0$, $H(t) = 1/3t$ решения имеют вид:

$$f(0, \varphi) = \psi B(0, \varphi), \quad \chi(t) = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \ln t + c_1, \quad (5)$$

$$\psi(t) = c_2 \exp \left[\pm \frac{2}{3} \left(\ln t - \sqrt{\frac{3}{2}} c_1 \right) \right] + c_3, \quad (6)$$

где c_1 , c_2 , c_3 — постоянные интегрирования. Такое решение описывает расширение Вселенной по степенному закону $a(t) \propto t^{1/3}$, обусловленное исключительно динамикой киральных полей ψ и χ . Альтернативный анзац $f - \psi B = \phi$ и $\dot{\phi} = 0$ приводит к линейной зависимости $\psi = c_2 t + c_3$, что соответствует стационарной Вселенной.

Для более реалистичных космологических сценариев в модель включено дополнительное материальное поле, рассматриваемое как идеальная баротропная жидкость. В случае $\dot{\phi} = 0$ найдены два класса точных решений: первый — при постоянном поле $\chi = \text{const}$, второй — для произвольной эволюции $\chi \neq \text{const}$. Решения первого класса полностью определяются заданием параметра Хаббла $H(t)$ или масштабного фактора $a(t)$. Решения второго класса могут быть построены как через $H(t)$, так и через явную зависимость поля $\chi(t)$.

Анализ свойств дополнительного материального поля проведён на основе параметра уравнения состояния $w = p_m/\rho_m$. Для решений с $\chi = \text{const}$ и $\dot{\phi} = 0$ параметр w выражается формулой

$$w = -1 - \frac{2}{3} \frac{\dot{H}}{H^2}, \quad (7)$$

что характерно для канонического скалярного поля. В режиме квази-де Ситтера ($H \simeq \text{const}$) реализуется вакуумоподобное состояние с $w \simeq -1$. В случае динамического поля $\chi \neq \text{const}$ справедливо более сложное отношение

$$w = -\frac{4\dot{H} + 6H^2 + (c_3/a)^6}{6H^2 - (c_3/a)^6}. \quad (8)$$

Таким образом, предложенная модификация допускает ускоренное расширение Вселенной, обусловленное различными типами материальных полей — от вакуумоподобных до сверхжестких. При этом эволюция параметра состояния может быть восстановлена для произвольной динамики масштабного фактора $a = a(t)$ на основе выражения (8).

Для возможности применения метода расчёта космологических параметров выполнено сведение трёхполевой модели к эффективной однополевой. В предположении линейной связи между полями $\phi(t) = k_\phi \chi(t)$, $\psi(t) = k_\psi \chi$, где $k_\phi, k_\psi = \text{const}$, в метрике ФРУ записаны уравнения космологической динамики и уравнение динамики скалярного поля. При постоянном потенциале $W = W_* = \text{const}$ получено условие, связывающее функции $f(\chi)$ и $B(\chi)$:

$$f(\chi) - k_\psi \chi B(\chi) = k_\phi \chi e^{\sqrt{\frac{2}{3}} \chi} - 4W_* e^{2\sqrt{\frac{2}{3}} \chi}. \quad (9)$$

Параметр Хаббла в этом случае определяется из уравнения $3H^2 + \dot{H} = W_*$, которое допускает несколько типов решений.

Первое решение соответствует экспоненциальной инфляции:

$$H = H_* = \text{const}, \quad a(t) = a_0 e^{H_* t}, \quad W_* = 3H_*^2, \quad \chi = \chi_* \rightarrow \infty, \quad (10)$$

где a_0 – масштабный фактор в начале инфляции.

Второй класс решений выражается через тригонометрические функции:

$$H(t) = -\sqrt{\frac{W_*}{3}} \tan\left(\sqrt{3W_*}(t - t_*)\right), \quad a(t) = a_0 \cos^{1/3}\left(\sqrt{3W_*}(t - t_*)\right), \quad (11)$$

и реализуется при определённых значениях параметров модели.

В приближении медленного скатывания ($\frac{1}{2}\omega\dot{\chi}^2 \ll W(\chi)$, $\ddot{\chi} \ll 1$) и при специальном выборе потенциала в виде полного квадрата

$$W = \frac{1}{4} e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\chi} \left(\sqrt{k_\phi \chi} - \frac{f_1}{2\sqrt{k_\phi \chi}} \right)^2, \quad (12)$$

получены явные выражения для параметра Хаббла и потенциала:

$$H = \sqrt{\frac{W}{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}\chi} \left(\sqrt{k_\phi \chi} - \frac{f_1}{2\sqrt{k_\phi \chi}} \right), \quad (13)$$

$$W = \frac{1}{4} e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\chi} \left(k_\phi \chi - f_1 + \frac{k_\psi}{4k_\phi} f_1^2 \right). \quad (14)$$

Зависимость времени от поля χ найдена в интегральной форме:

$$t = - \int \frac{4\sqrt{3} \left(\sqrt{k_\phi \chi} - \frac{f_1}{2\sqrt{k_\phi \chi}} \right) \cosh\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}\chi\right) k_\phi k_\psi}{-\sqrt{\frac{2}{3}} \left(k_\phi \chi - f_1 + \frac{k_\psi}{4k_\phi} f_1^2 \right) + k_\phi - f_{1,\chi} + \frac{k_\psi}{2k_\phi} f_1 f_{1,\chi}} d\chi, \quad (15)$$

что позволяет, задавая функцию f_1 , определить эволюцию поля χ .

В **пятой главе** исследуется МТГ, действие которой содержит общую функцию скалярной кривизны, а также её первых и вторых производных: $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$. Показано, что данная модель может быть представлена в виде мультискалярной теории. Путём конформного преобразования метрики выполнен переход из картины Йордана в картину Эйнштейна, что позволило свести исходную модель к трёхкомпонентной ККМ. Для полученной модели найден ряд точных решений, описывающих раннюю инфляционную стадию эволюции Вселенной.

В соответствии с методом, предложенным в работе [14], исходное действие преобразуется путём введения множителей Лагранжа и дополнительных скалярных полей. После исключения связей и выполнения конформного преобразования метрики $g_{\mu\nu}^E = \Omega^2 g_{\mu\nu}^J$ с конформным фактором $\Omega^2 = 2\lambda$, где $\lambda = \exp\left(\sqrt{2/3}\chi\right)$, действие в картине Эйнштейна принимает вид киральной самогравитирующей модели. Ненулевые компоненты которой имеют вид $h_{11} = 1$, $h_{22} = \exp\left(-2\sqrt{2/3}\chi\right) (\psi B_1(\phi, \psi) - \frac{1}{2}X(\phi, \psi))$ и $h_{23} = -\frac{1}{2} \exp\left(-\sqrt{2/3}\chi\right)$. Динамика полей определяется потенциалом взаимодействия $W(\chi, \phi, \psi) = \frac{1}{4} \left(\exp\left(-\sqrt{2/3}\chi\right) \phi + \exp\left(-2\sqrt{2/3}\chi\right) (\psi B_2(\phi, \psi) - f_1(\phi, \psi)) \right)$.

Для дальнейшего анализа используется метрика пространственно-плоской вселенной ФРУ. На её основе выписаны полные уравнения динамики киральных полей, а также уравнения космологической динамики, связывающие параметр Хаббла H с плотностью энергии полей. Анализ этой системы позволил выделить три класса точных космологических решений.

Первый класс решений соответствует случаю нулевого потенциала $W = 0$. При этом параметр Хаббла эволюционирует по степенному закону $H = 1/(3(t-t_*))$, что соответствует масштабному фактору $a(t) \propto (t-t_*)^{1/3}$. В этом решении одно из киральных полей (ϕ) обращается в ноль, а два других (χ и ψ) демонстрируют логарифмическую зависимость от космического времени. Данный режим реализуется при выполнении условия $f_1(\phi, \psi) = \psi B_2(\phi, \psi) = 0$, связывающего модельные функции.

Второй класс решений также получен в предположении $W = 0$, но с дополнительным условием обращения в ноль компоненты метрики пространства целей $h_{22} = 0$. Это приводит к переопределению динамики и позволяет ввести произвольную функцию времени $Q(t)$, которая задаёт связь между ускорениями полей: $\ddot{\psi} + 3H\dot{\psi} = Q(t)$ и $\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -Q(t)$. Скорости эволюции полей выражаются через интегралы от $Q(t)$:

$$\dot{\psi} = \frac{1}{t} \left(\int Q(t)t dt + C_\psi \right), \quad (16)$$

$$\dot{\phi} = \frac{1}{t} \left(- \int Q(t)t dt + C_\phi \right), \quad (17)$$

$$\dot{\chi} = \sqrt{\frac{3}{2}} Q(t)t \left(C_\phi - \int Q(t)t dt \right)^{-1}, \quad (18)$$

где C_ϕ, C_ψ — постоянные интегрирования. В работе приведены явные виды этих решений для частных случаев, когда функция $Q(t)$ является константой или имеет степенную зависимость от времени.

Третий класс решений описывает космологическую динамику в случае постоянного ненулевого потенциала $W = W_* = \text{const}$. Параметр Хаббла

в этом случае удовлетворяет уравнению $3H^2 + \dot{H} = W_*$, которое допускает три типа эволюции масштабного фактора: экспоненциальный (деситтеровский), гиперболический и тригонометрический. Общий вид решения для киральных полей задаётся интегральными соотношениями, включающими масштабный фактор $a(t)$:

$$\phi = \int a(t)^{-3} [-F(t) + C_\phi] dt, \quad (19)$$

$$\psi = \int a(t)^{-3} [F(t) + C_\psi] dt, \quad (20)$$

$$\chi = -\sqrt{\frac{2}{3}} \int a(t)^{-3} [F(t) + C_\chi] dt, \quad (21)$$

где функция $F(t) = \int a^3(t)Q(t)dt$ также зависит от выбора $Q(t)$. В качестве иллюстрации в диссертации получены конкретные решения для двух основных типов масштабного фактора: гиперболического синуса и гиперболического косинуса. Для каждого случая рассмотрены различные варианты задания функции $Q(t)$ (константа, гиперболические и тригонометрические функции), что приводит к широкому спектру возможных эволюционных сценариев. Во всех найденных решениях поля ψ , ϕ и χ оказываются линейно связанными друг с другом, что указывает на наличие скрытой симметрии в модели.

Таким образом, $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ -гравитация исследована в терминах киральных космологических моделей, для которых можно построить широкий класс точных решений, включая инфляционные сценарии.

В **Заключении** подведены итоги диссертационной работы, намечены дальнейшие перспективы развития темы, выражены благодарности.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации

По теме диссертации опубликовано 16 работ, в том числе 7 статей и 9 тезисов докладов.

*Публикации материалов диссертации в изданиях, рекомендованных
ВАК*

1. Червон, С. В. К выводу уравнений гравитационного поля в $f(R)$ гравитации с кинетическим скаляром кривизны / С. В. Червон, А. В. Николаев, Т. И. Майорова // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. – 2017. – № 1. – С. 30–37.
2. Chervon, S. V. Chiral cosmological model of $f(R, \square R)$ gravity / S. V. Chervon, I. V. Fomin, T. I. Mayorova // Space, Time and Fundamental Interactions. – 2023. – № 1. – P. 117–120.

3. Chervon, S. V. Investigation of the Chiral Cosmological Model of $f(R, \square R)$ gravity / S. V. Chervon, I. V. Fomin, T. I. Chaadaeva // Space, Time and Fundamental Interactions. – 2023. – № 2. – P. 54–67.
4. Chaadaeva, T. I. Cosmological solutions of a chiral self-gravitating model of $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ gravity / T. I. Chaadaeva, S. V. Chervon // Space, Time and Fundamental Interactions. – 2024. – № 2. – P. 4–17.

Научные статьи, опубликованные в зарубежных изданиях, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus и/или Web of Science

5. Chervon, S. V. Chiral Cosmological Model of $f(R)$ Gravity with a Kinetic Curvature Scalar / S. V. Chervon, I. V. Fomin, T. I. Mayorova // Gravitation and Cosmology. – 2019. – Vol. 25, iss. 3. – P. 205–212.
6. Chervon, S. V. Kinetic scalar curvature extended $f(R)$ gravity / S. V. Chervon, A. V. Nikolaev, T. I. Mayorova [et al.] // Nuclear Physics B. – 2018. – Vol. 936, iss. 10. – P. 597–614.
7. Chervon, S. V. Cosmological parameters of $f(R)$ gravity with kinetic scalar curvature / S. V. Chervon, I. V. Fomin, T. I. Mayorova, A. V. Khapaeva // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1557, iss. 1. – P. 012016 (10 pages).

Публикации в сборниках тезисов

1. Майорова, Т. И. Космология в $f(R)$ гравитации с кинетическим скаляром кривизны / Т. И. Майорова, А. В. Николаев, С. В. Червон // ICGAC-12 : тезисы XII Международной конференции по гравитации, астрофизике и космологии, посвященной столетию общей теории относительности Эйнштейна. – Москва : РУДН, 2015. – С. 72.

2. Майорова, Т. И. Примеры космологических решений в $f(R)$ гравитации с кинетическим скаляром кривизны / Т. И. Майорова, А. В. Николаев, С. В. Червон // 5-ая Ульяновская международная школа-семинар «Проблемы теоретической и наблюдательной космологии» : сборник тезисов докладов международной научной школы-семинара / под общ. ред. С. В. Червона. – Ульяновск : ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2016. – С. 41–42.

3. Mayorova, T. I. Gravitation with generalized Starobinsky-Podolsky action / T. I. Mayorova, A. V. Nikolaev, S. V. Chervon // XVI Всероссийская гравитационная конференция «Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике» (RUSGRAV-16) : материалы конференции / под общ. ред. А. В. Юрова – Калининград : Изд-во БФУ им. И. Канта, 2017. – С. 43–44.

4. Майорова, Т. И. Особенности модели $f(R)$ гравитации с кинетическим скаляром кривизны / Т. И. Майорова, А. В. Николаев, С. В. Червон

// 3-я Международная зимняя школа-семинар по гравитации, космологии и астрофизике «Петровские чтения-2017»: программа и тезисы докладов международной научной школы-семинара. – Казань : Изд-во Академии наук РТ, 2017. – С. 50–51.

5. Червон, С. В. Космологические решения $f(R)$ гравитации с высшими производными / С. В. Червон, И. В. Фомин, Т. И. Майорова // 4-я Международная зимняя школа-семинар по гравитации, космологии и астрофизике «Петровские чтения-2018»: программа и тезисы докладов международной научной школы-семинара. – Казань : Изд-во КФУ, 2018. – С. 60–61.

6. Chervon, S. V. Cosmological parameters for $F(R, (\nabla R)^2)$ theory of gravity / S. V. Chervon, I. V. Fomin, T. I. Mayorova, A. V. Khapaeva // Physical Interpretation of Relativity Theory: International Scientific Conference (Moscow, 1-5 July, 2019): abstracts / Bauman Moscow State Technical University. – Moscow : BMSTU, 2019. – P. 31–32.

7. Nikolaev, A. V. Kinetic scalar curvature extended $f(R)$ gravity / A. V. Nikolaev, S. V. Chervon, T. I. Mayorova // Physical Interpretation of Relativity Theory: International Scientific Conference (Moscow, 1-5 July, 2019): Abstracts / Bauman Moscow State Technical University. – Moscow : BMSTU, 2019. – P. 88–89.

8. Червон, С. В. Киральная космологическая модель $f(R)$ гравитации с кинетической скалярной кривизной / С. В. Червон, И. В. Фомин, Т. И. Чаадаева // 3-й Симпозиум Ассоциации стран БРИКС по гравитации, астрофизике и космологии. 29 августа–3 сентября. Программа и тезисы докладов Симпозиума. – Казань : Изд-во КФУ, 2019. – С. 33–34.

9. Червон, С. В. Исследование киральной космологической модели $f(R, \square R)$ -гравитации / С. В. Червон, И. В. Фомин, Т. И. Чаадаева // Физические интерпретации теории относительности (PIRT–2023) : сборник тезисов / Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)». – Москва : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2023. – С. 30–31.

Список литературы

1. Бисноватый-Коган, Г. С. Релятивистская астрофизика и физическая космология / Г. С. Бисноватый-Коган. – Москва : Красанд, 2011. – 376 с. – ISBN 978-5-396-00276-0.
2. Einstein, A. Spielen Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wesentliche Rolle? / A. Einstein // Das Relativitätsprinzip. Fortschritte der mathematischen Wissenschaften in Monographien. – Wiesbaden : Vieweg + Teubner Verlag, 1922. – P. 140–146. – ISBN 978-3-663-15597-3.
3. Уолд, Р. М. Общая теория относительности / Р. М. Уолд ; пер. с англ. В. Г. Гаврилов [и др.] ; под ред. И. Л. Бухбиндера, С. В. Червона. – Москва : РУДН, 2008. – 693 с. – ISBN 978-5-209-02964-9.
4. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration) / B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott [et al.] // Physical Review Letters. – 2016. – Vol. 116, iss. 6. – P. 061102 (16 pages).
5. Type Ia Supernova Discoveries at $z > 1$ From the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution / A. G. Riess, L.-G. Strolger, J. Tonry [et al.] // The Astrophysical Journal. – 2004. – Vol. 607, № 2. – P. 665–687.
6. The Supernova Legacy Survey: measurement of Ω_M , Ω_Λ and W from the first year data set / P. Astier, J. Guy, N. Regnault [et al.] // Astronomy and Astrophysics. – 2006. – Vol. 447, № 1. – P. 31–48.
7. Starobinsky, A. A. A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity / A. A. Starobinsky // Physics Letters B. – 1980. – Vol. 91, № 1. – P. 99–102.
8. Guth, A. H. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems / A. H. Guth // Physical Review D. – 1981. – Vol. 23, iss. 2 – P. 347–356.
9. Linde, A. A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems / A. Linde // Physics Letter B. – 1982. – Vol. 108, № 6. – P. 389–393.
10. Долгов, А. Д. Космология ранней Вселенной / А. Д. Долгов, Я. Б. Зельдович, М. В. Сажин. – Москва : Изд-во Моск. ун-та, 1988. – 199 с. – ISBN 5-211-00108-7.

11. Starobinsky, A. A. Dynamics of phase transition in the new inflationary universe scenario and generation of perturbations / A. A. Starobinsky // *Physics Letters B.* – 1982. – Vol. 117, № 3. – P. 175–178.
12. Cuzinatto, R. R. Inflationary dynamics in modified gravity models / R. R. Cuzinatto, L. G. Medeiros // *arXiv: электронный журнал.* – URL: <https://arxiv.org/abs/2404.11904v1>. – Дата публикации: 18.04.2024.
13. Gottlober, S. Sixth-order gravity and conformal transformations / S. Gottlober, H-J Schmidt, A. A. Starobinsky // *Classical and Quantum Gravity.* – 1990. – Vol. 7, № 5 – P. 893–900.
14. Naruko, A. Gravitational scalar-tensor theory / A. Naruko, D. Yoshida, S. Mukohyama // *Classical and Quantum Gravity* – 2016. – Vol. 33, № 9. – P. 09LT01 (6 pages).
15. Червон, С. В. Скалярные и киральные поля в космологии : монография / С. В. Червон, И. В. Фомин, С. А. Кубасов. – Ульяновск : ФГБОУ ВПО УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2015. – 216 с. – ISBN 978-5-86045-832-1.
16. Scalar-multi-tensorial equivalence for higher order $f(R, \nabla_\mu R, \nabla_{\mu_1} \nabla_{\mu_2} R, \dots, \nabla_{\mu_1} \dots \nabla_{\mu_n} R)$ theories of gravity / R. R. Cuzinatto, A. M. de Melo, L. G. Medeiros, P. J. Pompeia // *Physical Review D.* – 2016. – Vol. 93, iss. 12. – P. 124034 (10 pages).
17. Significance of the largest scale CMB fluctuations in WMAP / A. de Oliveira Costa, M. Tegmark, M. Zaldarriaga [et al.] // *Phys. Rev. D.* – 2004. – Vol. 69. – P. 063516 (12 pages).
18. Improved limits on the tensor-to-scalar ratio using BICEP and Planck data / M. Tristram, A.J. Banday, K.M. G'orski [et al.] // *Phys. Rev. D.* – 2022. – Vol. 105, № 8. – P. 083524 (7 pages).
19. Modified gravity and cosmology / T. Clifton, P. G. Ferreira, A. Padilla, C. Skordis // *Physics Reports.* – 2012. – Vol. 513, № 1. – P. 1–189.
20. Saridakis, E.N. Cosmology in new gravitational scalar-tensor theories / E. N. Saridakis, M. Tsoukalas // *Physical Review D.* – 2016. – Vol. 93, iss. 12. – P. 124032 (8 pages).
21. Faraoni, V. Cosmology in scalar tensor gravity / V. Faraoni. – 1st ed. – Cham : Springer, 2004. – 287 p. – ISBN : 978-1-4020-1989-0.
22. Scalar field cosmology / S. V. Chervon, I. V. Fomin, V. Yurov, A. Yurov. – Singapore : World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2019. – 263 p. – ISBN 978-981-120-507-1.

Чаадаева Татьяна Игорьевна

КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ТЕОРИИ
ГРАВИТАЦИИ ВИДА $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать _____._____._____. Заказ № _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография _____