

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта»  
Высшая школа компьютерных наук и искусственного интеллекта

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ**

**Модуль 4. Общепрофессиональный модуль**

**Шифр: 02.03.02**

**Направление подготовки: Фундаментальная информатика и информационные  
технологии**

**Профиль: Программная инженерия в искусственном интеллекте**

**Квалификация (степень) выпускника: бакалавр**

Калининград  
2023

## Лист согласования

### Составители:

- Зинин Леонид Викторович, д.ф.-м.н., профессор
- Кащенко Николай Михайлович, д.ф.-м.н., профессор
- Семёнов Владимир Иосифович, д.ф.-м.н., профессор
- Степанов Алексей Васильевич, д.ф.-м.н., профессор
- Пестов Леонид Николаевич, д.ф.-м.н., профессор
- Гриценко Владимир Алексеевич, д.ф.-м.н., профессор
- Леонов Сергей Владимирович, к.ф.-м.н., доцент.

Рабочая программа утверждена на заседании  
Ученого совета ОНК «Институт высоких технологий»

Протокол № 33 от «27» октября 2023 г.

Председатель Ученого совета ОНК «Институт высоких технологий»

Профессор, д.ф.-м.н.,  
руководитель ОНК «Институт высоких технологий»

А.В. Юров

Директор высшей школы компьютерных наук  
и искусственного интеллекта

М.Д. Верещагин

Руководитель ОПОП ВО

С.С. Головин

## Содержание

1. Название образовательного модуля «Модуль 4. Общепрофессиональный модуль»
2. Характеристика образовательного модуля
3. Методические указания для обучающихся по освоению модуля
4. Программы дисциплин образовательного модуля
  - 4.1 Программа дисциплины «Функциональный анализ»
  - 4.2 Программа дисциплины «Программирование микроконтроллеров»
  - 4.3 Программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»
  - 4.4 Программа дисциплины «Уравнения математической физики»
  - 4.5 Программа дисциплины «Численные методы»
5. Программа практики
6. Программа итоговой аттестации по модулю

## 1. Название модуля: Модуль 4. Общепрофессиональный модуль

### 2. Характеристика модуля

#### 2.1. Образовательные цели и задачи

Модуль ставит своей целью создать условия для эффективного формирования и развития общепрофессиональных компетенций.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- Способствовать пониманию основных понятий фундаментальных математических дисциплин: функционального анализа, теории вероятностей и математической статистики, уравнений математической физики;
- Формировать у обучающихся навыки использования методов численного и компьютерного моделирования для решения задач профессиональной деятельности;
- Способствовать формированию навыков практического использования методов объектно-ориентированного программирования, применение шаблонов классов при разработке программ.

#### 2.2. Образовательные результаты выпускника

Код компетенции	Результаты освоения образовательной программы (ИДК)	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Решает задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук. ОПК-1.3. Выбирает методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• принцип вложенных шаров, принцип сжатых отображений, линейные функционалы и линейные операторы (ограниченные, замкнутые, сопряженные, самосопряженные, вполне непрерывные); элементы спектральной теории операторов; сильную и слабую сходимости; основные функциональные пространства суммируемых, непрерывных и обобщенных функций; преобразование Фурье в пространствах <math>L^p</math> и <math>L^q</math>, преобразование Лапласа; теоремы Хаусдорфа, Арцела, Хана-Банаха, Гильберта-Шмидта, Рисса-Фишера, Планшереля, теорему Банаха об обратном операторе, теоремы Фредгольма, теорему</li></ul>

		<p>Банаха-Штейнгауза (принцип равномерной ограниченности); постановки классических задач математики на языке функционального анализа;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основные методы и модели теории вероятностей и математической статистики; о возможностях, предоставляемых точными науками по интерпретации и обобщению научных исследований; знать о возможностях, предоставляемых теорией вероятностей при решении прикладных задач;</li> <li>• теоретические основы естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой в области уравнений математической физики.</li> </ul> <p><b>уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• доказывать основные теоремы функционального анализа, работать с учебной и научной литературой; математически корректно ставить естественнонаучные задачи; определять общие формы и закономерности отдельной предметной области;</li> <li>• применять стандартные методы и модели к решению типовых теоретико-вероятностных и статистических задач;</li> <li>• использовать полученные теоретические знания в разработке алгоритмических и программных решений в области уравнений математической физики</li> </ul> <p><b>владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• аппаратом, основными</li> </ul>
--	--	--

		<p>идеями функционального анализа и его приложениями.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением методов математической физики.</li> </ul>
<p>ОПК-2. Способен применять компьютерные/суперкомпьютерные методы, современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-2.1. Выбирает компьютерные/суперкомпьютерные методы для решения задач профессиональной деятельности; ОПК-2.2. Использует современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- особенности архитектуры ЭВМ различных классов; <ul style="list-style-type: none"> <li>• методы системного подхода для решения поставленных задач с помощью информационно-коммуникационных технологии</li> </ul> </li> </ul> <p><b>уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выбирать и использовать программные средства для анализа программного обеспечения; <ul style="list-style-type: none"> <li>• осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, решать стандартные задачи профессиональной деятельности</li> </ul> </li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- технологией разработки фиксации и учета дефектов информационных систем и программного обеспечения <ul style="list-style-type: none"> <li>• методами построения численных моделей для заданных математических моделей.</li> </ul> </li> </ul>
<p>ОПК-3. Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей,</p>	<p>ОПК-3.1 – Разрабатывает алгоритмические и программные решения в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей ОПК-3.2 – Создает информационные ресурсы глобальных сетей, образовательный контент, прикладные базы данных ОПК-3.3. Применяет тесты и</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основные понятия и определения курса; методы решения основных уравнений математической физики: волнового уравнения, уравнения теплопроводности, уравнения Пуассона.</li> <li>• основные численные методы интерполяции, дифференцирования, интегрирования;</li> <li>• основные приближенные методы решения</li> </ul>

<p>образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям</p>	<p>средства тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям</p>	<p>дифференциальных уравнений;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• методы вычислительной алгебры;</li> <li>• теоретические основы естественнонаучных дисциплин, методы построения элементарных моделей различных процессов с использованием дифференциальных и разностных уравнений, общие принципы экспериментального и теоретического исследования динамических систем; методы создания и анализа компьютерных моделей; основные направления развития компьютерной техники в части повышения эффективности ведения расчетов; основные тенденции развития языков программирования; основные направления развития специализированных математических пакетов разрабатывать специализированное программное обеспечение для ведения эффективных расчетов с использованием особенностей архитектуры компьютеров</li> <li>• теоретические основы обратных задач математической физики, основные приложения обратных задач, основные понятия и определения курса, а также методы решения задач лучевой и волновой томографии.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• использовать полученные теоретические знания в разработке информационных и имитационных моделей</li> </ul>
---	---	--

		<p>физических процессов, приводящихся к уравнениям математической физики.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• применять численные методы к задачам математического моделирования.</li> <li>• использовать полученные теоретические знания для решения конкретных прикладных задач, производить математические расчеты в стандартных постановках, производить содержательный анализ результатов вычислений.</li> <li>• использовать полученные теоретические знания в разработке алгоритмических и программных решений в области обратных задач математической физики, численно решать практические обратные задачи.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• способностью решать и применять и модифицировать математические модели для решения задач с применением методов математической физики.</li> <li>• методами построения численных моделей для заданных математических моделей</li> <li>• методами применения в профессиональной деятельности знаний математических</li> <li>• практическими навыками применения современного математического инструментария для решения прикладных задач.</li> <li>• способностью решать стандартные задачи профессиональной</li> </ul>
--	--	--



		деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением методов решения обратных задач математической физики.
ОПК-5. Способен устанавливать и сопровождать программное обеспечение информационных систем и баз данных, в том числе отечественного происхождения, с учетом информационной безопасности	ОПК-5.1. Устанавливает программное обеспечение информационных систем и баз данных, в том числе отечественного происхождения, с учетом информационной безопасности ОПК-5.2. Сопровождает программное обеспечение информационных систем и баз данных, в том числе отечественного происхождения, с учетом информационной безопасности	<b>Знать:</b> - основные направления развития вычислительной техники; <b>уметь:</b> • выявлять причины возникновения дефектов информационных систем; • обеспечивать надежное функционирование информационных систем; <b>владеть:</b> • практическими навыками обеспечения жизненного цикла информационных продуктов и услуг - технологией тестирования программного обеспечения; • приемами тестирования информационных систем.

### 3. Методические указания для обучающихся по освоению модуля

Освоение дисциплин модуля закладывает базу для будущей профессиональной деятельности в сфере ИТ. Оно должно начинаться с внимательного ознакомления с рабочими программами дисциплин, обязательными компонентами которых являются: перечень тем, подлежащих усвоению; задания; списки учебных пособий и рекомендуемой литературы; списки контрольных вопросов, заданий.

При изучении дисциплин модуля необходимо последовательно переходить от дисциплины к дисциплине, от темы к теме, следуя внутренней логике, заложенной в программе дисциплины модуля. Только так можно достичь полного понимания материала, хорошей ориентации в специальной литературе, формирования собственной точки зрения и умений практического характера. Для более глубокого и эффективного освоения дисциплин рекомендуется предварительная подготовка к занятиям.

## 4. Программы дисциплин модуля

### 4.1. Программа дисциплины «Функциональный анализ»

#### 1. Наименование дисциплины: «Функциональный анализ».

**Цель** дисциплины: фундаментальная подготовка обучающихся в области функционального анализа и его приложений.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код компетенции	Результаты освоения образовательной программы (ИДК)	Результаты обучения по дисциплине
<p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p>ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.                      ОПК-1.2. Решает задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук.                      ОПК-1.3. Выбирает методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p><b>знать:</b> принцип вложенных шаров, принцип сжатых отображений, линейные функционалы и линейные операторы (ограниченные, замкнутые, сопряженные, самосопряженные, вполне непрерывные); элементы спектральной теории операторов; сильную и слабую сходимость; основные функциональные пространства суммируемых, непрерывных и обобщенных функций; преобразование Фурье в пространствах <math>L^p</math> и <math>L^q</math>, преобразование Лапласа; теоремы Хаусдорфа, Арцела, Хана-Банаха, Гильберта-Шмидта, Рисса-Фишера, Планшереля, теорему Банаха об обратном операторе, теоремы Фредгольма, теорему Банаха-Штейнгауза (принцип равномерной ограниченности); постановки классических задач математики на языке функционального анализа;</p> <p><b>уметь:</b> доказывать основные теоремы функционального анализа, работать с учебной и научной литературой; математически корректно ставить естественнонаучные задачи; определять общие формы и закономерности отдельной предметной области;</p> <p><b>владеть:</b> аппаратом, основными идеями функционального анализа и его приложениями.</p>

## 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Функциональный анализ» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.14) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

#### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы обучающегося и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством электронной информационно-образовательной среды университета с использованием ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий

#### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане). Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

№	Наименование раздела	Темы и содержание лекций
1	<b>Введение в функциональный анализ.</b>	Функциональный анализ: его истоки и приложения. Абстрактные пространства. Частичный порядок. Аксиома выбора и эквивалентные ей утверждения.
2	<b>Метрические пространства.</b>	Пространство и абстрактное метрическое пространство (метризуемость). Пространства $C(X)$ , $C_b(X)$ , как метрические пространства. Открытые и замкнутые множества. Сходимость в метрических пространствах. Компактность в $C(X)$ . Теорема Арцела. Компактные множества в метрических

		пространствах. Критерий Хаусдорфа. Полнота и пополнение. Принцип стягивающих шаров. Принцип сжимающих отображений и его применение в дифференциальных, интегральных уравнениях и СЛАУ.
3	<b>Нормированные банаховы пространства.</b>	и Пространство и абстрактное нормированное пространство (нормируемость). Пространства , , как нормированные пространства (примеры норм). Банаховы пространства. Пространства , , как банаховы пространства. Сопряженное пространство, его топология и полнота. Второе сопряженное пространство и рефлексивность. Линейный ограниченный функционал в . Сильная и слабая сходимости в нормированных пространствах. Слабо компактные множества. Слабая компактность шара в сопряженном пространстве.
4	<b>Эвклидовы гильбертовы пространства.</b>	и Пространство и абстрактное эвклидово пространство. Скалярное произведение. Пространства , , как эвклидовы пространства. (примеры скалярных произведений). Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные системы. Неравенство Бесселя. Гильбертово пространство. Пространства , , как примеры гильбертовых пространств. Базисы. Теорема Рисса-Фишера. Теорема об изоморфизме. Общий ряд Фурье. Ортогональное дополнение. Теорема об общем виде линейного функционала в гильбертовом пространстве. Слабая и сильная сходимости в гильбертовом пространстве. Слабая компактность шара в гильбертовом пространстве.
5	<b>Линейные операторы в банаховых гильбертовых пространствах</b>	и Линейные преобразования в и линейные операторы в банаховых пространствах. Ограниченные и неограниченные операторы. Примеры. Норма оператора. Сопряженный оператор. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе. Спектр и резольвента. Компактные (вполне непрерывные) операторы. Компактность интегральных операторов. Линейные ограниченные операторы в гильбертовых пространствах. Самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы. Ортопроекторы. Спектр эрмитова и унитарного оператора. Теорема Гильберта-Шмидта о компактных эрмитовых операторах. Теоремы Фредгольма и примеры их использования. Неограниченные самосопряженные операторы. Примеры.
6	<b>Пространства , и преобразование Фурье.</b>	Пространство . Связь сходимости в пространстве с другими сходимостями. Пространство . Сходимость в пространстве. Всюду плотные множества. Преобразование Фурье в и . Его свойства и применения в математической физике на примере уравнения теплопроводности. Теорема Планшереля.

		Преобразование Фурье-Стилтьеса и его применения в теории вероятностей. Преобразование Лапласа и его применение к решению дифференциальных уравнений.
7	<b>Обобщенные функции.</b>	Основные пространства гладких функций. Функционал Минковского. Пространства обобщенных функций. Операции над обобщенными функциями. Функция Дирака.
8	<b>Линейные интегральные уравнения.</b>	Интегральные уравнения Фредгольма. Теоремы Фредгольма и примеры их использования, включая задачу Штурма-Лиувилля и теорию потенциала. Уравнения с симметрическим ядром. Уравнения с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма для уравнений с невырожденным ядром. Уравнения Вольтерра и Абеля.
9	<b>Элементы дифференцирования нелинейных операторов.</b>	Сильный и слабый дифференциал нелинейного функционала. Экстремум функционала. Классические задачи вариационного исчисления. Примеры. Интеграл Дирихле. Уравнение Эйлера. Вторая вариация. Условия Лежандра и Якоби. Условие выпуклости.
10		<b>Заключительная лекция</b>

#### 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Рекомендуемая тематика учебных занятий *лекционного* типа (предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

№	Наименование раздела	Темы и содержание лекций
1	<b>Введение в функциональный анализ.</b>	Функциональный анализ: его истоки и приложения. Абстрактные пространства. Частичный порядок. Аксиома выбора и эквивалентные ей утверждения.
2	<b>Метрические пространства.</b>	Пространство и абстрактное метрическое пространство (метризуемость). Пространства $C(X)$ , $C_b(X)$ , как метрические пространства. Открытые и замкнутые множества. Сходимость в метрических пространствах. Компактность в $C(X)$ . Теорема Арцела. Компактные множества в метрических пространствах. Критерий Хаусдорфа. Полнота и пополнение. Принцип стягивающих шаров. Принцип сжимающих отображений и его применение в дифференциальных, интегральных уравнениях и СЛАУ.
3	<b>Нормированные банаховы пространства.</b>	Пространство $C(X)$ и абстрактное нормированное пространство (нормируемость). Пространства $C(X)$ , $C_b(X)$ , как нормированные пространства (примеры норм). Банаховы пространства. Пространства $C(X)$ , $C_b(X)$ , как банаховы пространства. Сопряженное пространство,

		его топология и полнота. Второе сопряженное пространство и рефлексивность. Линейный ограниченный функционал в $X'$ . Сильная и слабая сходимости в нормированных пространствах. Слабо компактные множества. Слабая компактность шара в сопряженном пространстве.
4	<b>Эвклидовы и гильбертовы пространства.</b>	Пространство $E_n$ и абстрактное эвклидово пространство. Скалярное произведение. Пространства $E_n$ , $E_\infty$ как эвклидовы пространства. (примеры скалярных произведений). Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные системы. Неравенство Бесселя. Гильбертово пространство. Пространства $E_n$ , $E_\infty$ как примеры гильбертовых пространств. Базисы. Теорема Рисса-Фишера. Теорема об изоморфизме. Общий ряд Фурье. Ортогональное дополнение. Теорема об общем виде линейного функционала в гильбертовом пространстве. Слабая и сильная сходимости в гильбертовом пространстве. Слабая компактность шара в гильбертовом пространстве.
5	<b>Линейные операторы в банаховых и гильбертовых пространствах</b>	Линейные преобразования в $E_n$ и линейные операторы в банаховых пространствах. Ограниченные и неограниченные операторы. Примеры. Норма оператора. Сопряженный оператор. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе. Спектр и резольвента. Компактные (вполне непрерывные) операторы. Компактность интегральных операторов. Линейные ограниченные операторы в гильбертовых пространствах. Самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы. Ортопроекторы. Спектр эрмитова и унитарного оператора. Теорема Гильберта-Шмидта о компактных эрмитовых операторах. Теоремы Фредгольма и примеры их использования. Неограниченные самосопряженные операторы. Примеры.
6	<b>Пространства <math>E_n</math>, <math>E_\infty</math> и преобразование Фурье.</b>	Пространство $E_n$ . Связь сходимости в пространстве с другими сходимостями. Пространство $E_\infty$ . Сходимость в $E_\infty$ пространстве. Всюду плотные множества. Преобразование Фурье в $E_n$ и $E_\infty$ . Его свойства и применения в математической физике на примере уравнения теплопроводности. Теорема Планшереля. Преобразование Фурье-Стилтьеса и его применения в теории вероятностей. Преобразование Лапласа и его применение к решению дифференциальных уравнений.
7	<b>Обобщенные функции.</b>	Основные пространства гладких функций. Функционал Минковского. Пространства обобщенных функций. Операции над обобщенными функциями. Функция Дирака.
8	<b>Линейные интегральные</b>	Интегральные уравнения Фредгольма. Теоремы Фредгольма и примеры их использования, включая

	<b>уравнения.</b>	задачу Штурма-Лиувилля и теорию потенциала. Уравнения с симметрическим ядром. Уравнения с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма для уравнений с невырожденным ядром. Уравнения Вольтерра и Абеля.
9	<b>Элементы дифференцирования нелинейных операторов.</b>	Сильный и слабый дифференциал нелинейного функционала. Экстремум функционала. Классические задачи вариационного исчисления. Примеры. Интеграл Дирихле. Уравнение Эйлера. Вторая вариация. Условия Лежандра и Якоби. Условие выпуклости.
10		<b>Заключительная лекция</b>

**Рекомендуемая тематика *практических* занятий:**

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование темы</b>	<b>Содержание темы и тематика задач</b>
1	<b>Метрическое пространство.</b>	Проверка аксиом метрического пространства. Сходимость в метрических пространствах. Полнота пространств. Принцип сжатых отображений. Компактность в метрических пространствах.
2	<b>Нормированные и банаховы пространства.</b>	Проверка аксиом нормированного пространства. Линейные ограниченные и неограниченные функционалы в нормированных пространствах. Вычисление норм функционалов.
3	<b>Эвклидовы и гильбертовы пространства.</b>	Введение структуры эвклидова пространства в различных векторных пространствах. Введение структуры гильбертова пространства. Изучение следствий гильбертовой структуры пространств. Изучение сходимостей в эвклидовых и гильбертовых пространствах: слабая и сильная сходимости.
4	<b>Линейные операторы в банаховых и гильбертовых пространствах</b>	Линейные ограниченные и неограниченные операторы. Оценки норм. Сопряженные операторы в гильбертовых пространствах. Вполне непрерывные операторы. Элементы спектральной теории.
5	<b>Пространства, и преобразование Фурье.</b>	Вычисление преобразований Фурье. Свертки
6	<b>Обобщенные функции.</b>	Основные свойства обобщенных функций. Примеры регулярных и сингулярных функций
7	<b>Линейные интегральные уравнения.</b>	Решение простейших интегральных уравнений. Свойства интегральных операторов
8	<b>Элементы дифференцирования нелинейных операторов.</b>	Сильный и слабый дифференциал нелинейного функционала. Экстремум функционала. Классические задачи вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.

На практических занятиях решаются задачи по теме занятия.

### **Требования к самостоятельной работе обучающихся**

1. Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.
2. Выполнение домашнего задания, предусматривающего решение задач, выполнение упражнений, выдаваемых на практических занятиях, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.

Руководствуясь положениями статьи 47 и статьи 48 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» научно-педагогические работники и иные лица, привлекаемые университетом к реализации данной образовательной программы, пользуются предоставленными академическими правами и свободами в части свободы преподавания, свободы от вмешательства в профессиональную деятельность; свободы выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания; права на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ и методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы и отдельной дисциплины.

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане).

Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

## **7. Методические рекомендации по видам занятий**

### **Лекционные занятия.**

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю



уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить поля в рабочих конспектах, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

#### **Практические и семинарские занятия.**

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения, контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

#### **Самостоятельная работа.**

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретных ситуаций из практики, подготовке индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

### **8. Фонд оценочных средств**

#### **8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины**

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или её части)	Оценочные средства по этапам формирования компетенций
		текущий контроль по дисциплине
<ul style="list-style-type: none"><li>• Метрическое пространство.</li></ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач.
<ul style="list-style-type: none"><li>• Нормированные и банаховы пространства.</li></ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач
<ul style="list-style-type: none"><li>• Эвклидовы и гильбертовы пространства.</li></ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач
<ul style="list-style-type: none"><li>• Линейные операторы в банаховых и гильбертовых пространствах</li></ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач, контрольная работа
<ul style="list-style-type: none"><li>• Пространства, и преобразование Фурье.</li></ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач

• Обобщенные функции.	ОПК-1	Опрос, решение задач
• Линейные интегральные уравнения.	ОПК-1	Опрос, решение задач,
• Элементы дифференцирования нелинейных операторов.	ОПК-1	Опрос, решение задач

## 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности процессе текущего контроля

### Тестирование.

**Тема 2.** Метрическое пространство. Примеры. Сходимость в метрических пространствах. Открытые, замкнутые и компактные множества в метрических пространствах. Отображения метрических пространств. Изометрии, непрерывность. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров. Пополнение метрического пространства (теорема Хаусдорфа). Принцип сжатых отображений. Применение принципа сжатых отображений к дифференциальным и интегральным уравнениям, СЛАУ. Компактность и относительная компактность в метрических пространствах. - сети. Критерий компактности. Теорема Арцела.

**Тема 3.** Нормированные и банаховы пространства. Сходимость в нормированных пространствах. Линейные ограниченные функционалы. Норма функционала. Линейная зависимость и независимость. Сопряженные пространства. Полнота сопряженного пространства. Второе сопряженное пространство. Рефлексивные пространства. Полнота пространств .

**Тема 4.** Эвклидовы и гильбертовы пространства. Скалярное произведение. Ортонормированные, полные и замкнутые системы. Ортогональные базисы. Ортогонализация. Сепарабельные пространства. Неравенство Бесселя. Полные и замкнутые ортогональные системы. Общий ряд Фурье. Всюду плотные множества в пространстве . Гильбертово пространство. Примеры. Подпространства. Прямые суммы. Теорема Рисса-Фишера. Линейные ограниченные функционалы в гильбертовых пространствах. Теорема об изоморфизме гильбертовых пространств. Слабая и сильная сходимости в гильбертовых пространствах. Достаточные условия сильной сходимости слабо сходящейся последовательности в гильбертовом пространстве.

**Тема 5.** Линейные операторы в банаховых и гильбертовых пространствах. Линейные ограниченные и неограниченные операторы в нормированных пространствах. Ограниченный оператор. Норма оператора. Алгебра ограниченных линейных операторов. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе. Вполне непрерывный оператор. Собственные значения вполне непрерывного оператора в нормированном пространстве. Сопряженный и самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве. Спектр оператора и резольвента. Спектр вполне непрерывного оператора. Теорема Гильберта-Шмидта.

**Тема 6.** Пространства  $L^p$  и преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье. Обращение преобразования Фурье. Свертка. Теорема Планшереля. Преобразование

Фурье-Стилтьеса и его применения в теории вероятностей. Применение преобразования Фурье к задаче Коши для уравнения теплопроводности.

**Тема 7.** Обобщенные функции. Пространство основных функций. Действия над обобщенными функциями. Дельта-функция Дирака. Регулярные и сингулярные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Преобразование Фурье обобщенных функций.

**Тема 8.** Линейные интегральные уравнения Фредгольма. Операторы Фредгольма с конечномерным ядром. Интегральный оператор Фредгольма и его полная непрерывность в различных пространствах. Уравнения Фредгольма с симметрическим ядром. Уравнения Фредгольма с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма для вырожденных ядер. Уравнения Фредгольма с невырожденным ядром. Теоремы Фредгольма для невырожденных ядер. Уравнения Вольтерра и Абеля.

**Тема 9.** Минимизация функционала. Классические задачи вариационного исчисления. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера. Достаточные условия экстремума выпуклых функционалов. Задача о минимизации интеграла Дирихле.

### Примеры вопросов теста.

#### Тема 2. Метрические пространства

	Вопрос теста	Варианты ответов
Оценка «удовлетворительно» (зачтено) или низкий уровень освоения компетенции	Укажите функцию, которая определяет метрику на множестве действительных чисел $\mathbb{R}$	
Оценка «хорошо» (зачтено) или повышенный уровень освоения компетенции	Выберите сжимающие функции и отображения.	<p>где</p> <p>, где изометрия в пространстве</p> <p>, где - кососимметрическое преобразование в</p> <p>, где -линейное преобразование в с собственным значением</p>
Оценка «отлично» (зачтено) или высокий уровень освоения компетенции	Пусть – произвольное метрическое пространство, и - последовательность вложенных замкнутых шаров. Укажите условия, при которых они имеют хотя бы одну общую точку	<p>пространство - полное, и радиусы</p> <p>радиусы</p> <p>в пространстве каждая фундаментальная последовательность сходится и радиусы</p> <p>пространство – полное сепарабельное пространство</p>

#### Тема 3. Нормированные и банаховы пространства

	Вопрос теста	Варианты ответов
Оценка	Верен ли принцип	

«удовлетворительно» (зачтено) или низкий уровень освоения компетенции	вложенных шаров в нормированном пространстве? (Форма ответа: да, нет).					
Оценка «хорошо» (зачтено) или повышенный уровень освоения компетенции	Укажите норму в пространстве .	<table border="1"> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> </table>				
Оценка «отлично» (зачтено) или высокий уровень освоения компетенции	Укажите, какие из функций определяют норму на множестве отображений, непрерывных на отрезке , относительно которой это множество не будет банаховым пространством.	<table border="1"> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> </table>				

#### Тема 4. Эвклидовы и гильбертовы пространства

	Вопрос теста	Варианты ответов						
Оценка «удовлетворительно» (зачтено) или низкой уровень освоения компетенции	Определите все пары ортогональных функций в пространстве	<table border="1"> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>						
Оценка «хорошо» (зачтено) или повышенный уровень освоения компетенции	Укажите условия, каждое из которых обеспечивает полноту ортонормированной системы элементов в гильбертовом пространстве.	<table border="1"> <tr><td>Замкнутость ортонормированной системы</td></tr> <tr><td>Для всех элементов пространства справедливо равенство Парсевала</td></tr> <tr><td>Неравенство Бесселя хотя бы для одного элемента является строгим</td></tr> <tr><td>Для некоторого элемента пространства справедливо равенство Парсевала</td></tr> </table>	Замкнутость ортонормированной системы	Для всех элементов пространства справедливо равенство Парсевала	Неравенство Бесселя хотя бы для одного элемента является строгим	Для некоторого элемента пространства справедливо равенство Парсевала		
Замкнутость ортонормированной системы								
Для всех элементов пространства справедливо равенство Парсевала								
Неравенство Бесселя хотя бы для одного элемента является строгим								
Для некоторого элемента пространства справедливо равенство Парсевала								
Оценка «отлично» (зачтено) или высокий уровень освоения компетенции	Укажите элементы гильбертова пространства	<table border="1"> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> </table>						

#### Тема 5. Линейные операторы в банаховых и гильбертовых пространствах

	Вопрос теста	Варианты ответов
Оценка	Удовлетворяет ли вполне	

«удовлетворительно» (зачтено) или низкой уровень освоения компетенции	непрерывный оператор в произвольном банаховом пространстве теореме Банаха об обратном операторе? (Форма ответа: да, нет).							
Оценка «хорошо» или повышенный уровень освоения компетенции	Укажите самосопряженные операторы в пространстве .	<table border="1"> <tr><td></td></tr> <tr><td></td></tr> <tr><td></td></tr> <tr><td></td></tr> </table>						
Оценка «отлично» или высокий уровень освоения компетенции	Определите ядра линейных операторов в пространстве .	<table border="1"> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td><i>A</i></td><td></td></tr> </table>					<i>A</i>	
<i>A</i>								

### Тема 7. Пространства , и преобразование Фурье. Преобразование Лапласа

	Вопрос теста	Варианты ответов				
Оценка «удовлетворительно» или низкой уровень освоения компетенции	Укажите дифференциальные уравнения, для которых задачу Коши можно решить, применяя преобразование Лапласа.	<table border="1"> <tr><td></td></tr> <tr><td></td></tr> <tr><td></td></tr> <tr><td></td></tr> </table>				
Оценка «хорошо» или повышенный уровень освоения компетенции	Укажите достаточное условие для двукратной дифференцируемости преобразования Фурье , для функций класса .	<table border="1"> <tr><td>Функции абсолютно интегрируемы на</td></tr> <tr><td>Функция непрерывна</td></tr> <tr><td>Функция дифференцируема</td></tr> <tr><td>Функции абсолютно интегрируемы на</td></tr> </table>	Функции абсолютно интегрируемы на	Функция непрерывна	Функция дифференцируема	Функции абсолютно интегрируемы на
Функции абсолютно интегрируемы на						
Функция непрерывна						
Функция дифференцируема						
Функции абсолютно интегрируемы на						
Оценка «отлично» или высокий уровень освоения компетенции	Найти преобразование Фурье для функции , считая его норму в единицей	<table border="1"> <tr><td></td></tr> <tr><td></td></tr> <tr><td></td></tr> <tr><td></td></tr> </table>				

### Тема 8. Линейные интегральные уравнения

	Вопрос теста	Варианты ответов	
Оценка «удовлетворительно» (зачтено) или	Укажите интегральные уравнения по	Уравнение Фредгольма	

низкой уровень освоения компетенции	его типу.	второго рода	
		Уравнение Вольтерра первого рода	
		Уравнение Вольтерра второго рода	
		Уравнение Фредгольма первого рода	
Оценка «хорошо» (зачтено) или повышенный уровень освоения компетенции	Сопоставьте цифрами теоремы и все пространства, для которых они не имеют места.	Теоремы Фредгольма	Сопряженное пространство
		Теорема Бэра	Гильбертово пространство
		Теорема Планшереля	Метрическое пространство
		Теорема Рисса-Фишера	)
Оценка «отлично» (зачтено) или высокий уровень освоения компетенции	Указать, при каком условии интегральное уравнение Фредгольма с симметрическим и квадратично суммируемым ядром имеет единственное решение в .	Интегральный оператор	имеет собственными значениями числа , где
		Интегральный оператор	не имеет собственного значения, равного
		Интегральный оператор	имеет собственными значениями все числа отрезка
		Интегральный оператор	имеет собственными значениями числа , где , для которых, отвечающие им собственные функции , сходятся в пространстве

Темы 1-9.

	Вопрос теста	Варианты ответов
Оценка «удовлетворительно» или низкой уровень освоения компетенции	Укажите теорему, при доказательстве которой применяется лемма (теорема) Цорна.	Теорема Гильберта-Шмидта
		Теорема об изоморфизме

		гильбертовых пространств Теорема Хана-Банаха Принцип сжатых отображений				
Оценка «хорошо» или повышенный уровень освоения компетенции	Укажите линейный ограниченный функционал в пространстве с нормой, равной .	<table border="1"> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> </table>				
Оценка «отлично» или высокий уровень освоения компетенции	Определить, какой из функционалов является линейным ограниченным функционалом в пространстве ?	<table border="1"> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> <tr><td> </td></tr> </table>				

Для развития у обучающихся навыков самостоятельной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, развития навыков творческой исследовательской деятельности студентам предлагается выполнить **расчетно-графическое задание** по теме «**Метрическое пространство. Принцип сжатых отображений**», которое состоит из трех заданий:

- Приближенное решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ);
- Приближенное решение интегрального уравнения;
- Приближенное решение функционального уравнения.

(См. Филимонова Н.В. Сборник задач по функциональному анализу. 228с. Учеб. Пособие. СПб. Лань, 2015.

**Расчетно-графическое задание** - творческая практическая работа, направленная на формирования практических навыков в области применения методов функционального анализа в компьютерном моделировании. Это также способствует развитию у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, поскольку предполагает свободное обсуждение при выполнении задания.

При выполнении задания необходимо:

- изучить литературу по предмету исследования;
- изложить постановку задачи;
- осветить основные этапы решения задачи;
- представить результат в виде презентации и защитить его.

**Типовые контрольные задания:**

**Пример контрольной работы № 1: «Метрические, нормированные, эвклидовы и гильбертовы пространства»**

- Будет ли функция задавать метрику в одном из классов функций: , ? Если эта функция определяет метрику в каком-либо классе, то будет ли пространство полным относительно этой метрики?
- Сходится ли последовательность функций в пространствах , ? Будет ли эта последовательность слабо сходящейся в первом пространстве?
- Сходится ли последовательность элементов в пространстве , если стоит на позициях.
- Образуют ли функции относительно компактное множество в пространстве ?
- В евклидовом пространстве ортогонализировать систему из трех элементов: , . Определить расстояние (наименьшее отклонение) функции до подпространства с базисом из данной тройки функций.
- Будут ли нормы и эквивалентными в пространстве ?
- Будет ли оператор сжимающим в пространстве ?
- Доказать, что единичный шар в пространстве не является относительно компактным множеством.

### 8.3. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации по дисциплине

#### Вопросы для промежуточного контроля (зачета)

1. Метрическое пространство. Основные примеры. Сходимость в метрических пространствах. Открытые, замкнутые и компактные множества в метрических пространствах.
2. Отображения метрических пространств. Изометрии, непрерывность.
3. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров.
4. Пополнение метрического пространства.
5. Теорема Хаусдорфа.
6. Принцип сжатых отображений. Применение принципа сжатых отображений к дифференциальным и интегральным уравнениям.
7. Компактность и относительная компактность в метрических пространствах. - сети. Критерий компактности.
8. Теорема Арцела.
9. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость.
10. Нормированные и банаховы пространства. Основные примеры.
11. Линейные и выпуклые функционалы. Ограниченные линейные функционалы. Основные примеры.
12. Сопряженные пространства. Полнота сопряженного пространства.
13. Второе сопряженное пространство. Рефлексивные пространства.
14. Слабая и сильная сходимости в нормированных пространствах. Примеры.
15. Полнота пространств .
16. Евклидовы пространства. Примеры. Ортогональные базисы.
17. Ортогонализация. Сепарабельные пространства.
18. Неравенство Бесселя.
19. Полные и замкнутые ортогональные системы. Основные примеры.
20. Всюду плотные множества в пространстве .
21. Гильбертово пространство. Примеры. Подпространства. Прямые суммы.



22. Теорема Рисса-Фишера.
23. Линейные ограниченные функционалы в гильбертовых пространствах. Теорема Рисса.
24. Теорема об изоморфизме гильбертовых пространств.
25. Слабая и сильная сходимости в гильбертовых пространствах.
26. Достаточные условия сильной сходимости слабо сходящейся последовательности в гильбертовом пространстве.
27. Линейные ограниченные и неограниченные операторы в нормированных пространствах.
28. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе.
29. Сопряженные операторы в нормированных и гильбертовых пространствах.
30. Самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах.
31. Теорема Гильберта-Шмидта.
32. Спектр оператора и резольвента.
33. Вполне непрерывные операторы и их основные свойства.
34. Собственные значения вполне непрерывного оператора в нормированном пространстве.
35. Интегральные уравнения Фредгольма. Интегральный оператор Фредгольма и его полная непрерывность в различных пространствах.
36. Уравнения Фредгольма с симметрическим ядром.
37. Уравнения Фредгольма с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма для вырожденных ядер.
38. Уравнения Фредгольма с невырожденным ядром. Теоремы Фредгольма для невырожденных ядер.
39. Уравнения Вольтерра и Абеля.
40. Преобразование Фурье в пространстве и его свойства.
41. Применение преобразования Фурье к задаче Коши для уравнения теплопроводности.
42. Преобразование Фурье в пространстве. Теорема Планшереля.
43. Преобразование Лапласа и его основные свойства.
44. Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений.
45. Обобщенные функции. Пространство основных функций. Действия над обобщенными функциями. Дельта-функция Дирака.
46. Дифференцирование обобщенных функций. Преобразование Фурье обобщенных функций.
47. Преобразование Фурье-Стилтьеса и его применения в теории вероятностей
48. Минимизация функционала. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера.
49. Задача о минимизации интеграла Дирихле.

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или её части)	Оценочные средства по этапам формирования компетенций		Способ контроля
		текущий контроль по дисциплине	промежуточный контроль по дисциплине	

<b>5 семестр</b>				
Тема 1. Введение в функциональный анализ.	ОПК-1	Устный опрос, решение задач, тест		Устно, письменно
Тема 2. Метрическое пространство.	ОПК-1	Устный опрос, решение задач, тест, Контр.работа		Устно, письменно
Тема 3. Нормированные и банаховы пространства.	ОПК-1	Устный опрос, решение задач, тест, Контр.работа		Устно, письменно
Тема 4. Эвклидовы и гильбертовы пространства.	ОПК-1	Устный опрос, решение задач, тест, Контр. работа		Устно, письменно
Тема 5. Линейные операторы в банаховых и гильбертовых пространствах.	ОПК-1	Устный опрос, решение задач, тест		Устно, письменно
Тема 6. Пространства, и преобразование Фурье.	ОПК-1	Устный опрос, решение задач, тест		Устно, письменно
Тема 7. Обобщенные функции	ОПК-1	решение задач, тест		Устно, письменно
Тема 8. Линейные интегральные уравнения.	ОПК-1	Устный опрос, решение задач, тест	Тест	Устно, письменно
Тема 9. Элементы дифференцирования нелинейных операторов.	ОПК-1	Устный опрос, решение задач, тест	Тест	Устно, письменно

## **9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **Основная литература**

1. Сухинов, А. И. Лекции по функциональному анализу: учебное пособие / А.И. Сухинов, И.П. Фирсов. - Ростов н/Д: Издательство ЮФУ, 2009. - 189 с. ISBN 978-5-9275-0671-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/549858> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
2. Осиленкер, Б.П. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебно-практическое пособие / Б.П. Осиленкер. - М. : МИСИ-Московский государственный строительный университет, 2017. - 133 с. - ISBN 978-5-7264-1650-

2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1018552> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.
3. Леонтьева, Т. А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: Учеб. пособие / Т. А. Леонтьева, А. В. Домрина — М.: ИНФРА-М, 2018. — 164 с. — (Высшее образование: Магистратура). - ISBN 978-5-16-006429-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/917972> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.

### **Дополнительная литература**

- Кутузов, А. С. Введение в функциональный анализ / А. С. Кутузов. - Москва : Директ-Медиа, 2020. - 481 с. - ISBN 978-5-4499-0433-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1988423> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Ревина, С. В. Функциональный анализ в примерах и задачах: учеб. пособие / Ревина С.В., Сазонов Л.И. - Ростов-на-Дону:Издательство ЮФУ, 2009. - 120 с. ISBN 978-5-9275-0683-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/556115> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

### **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладовконференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента
- ПРОСПЕКТ ЭБС
- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН
- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

Программное обеспечение обучения включает в себя:

- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;
- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;
- корпоративная платформа;

- установленное на рабочих местах обучающихся ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security.
- специализированное ПО не требуется.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости) используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

### **4.2. Программа дисциплины «Программирование микроконтроллеров»**

**Цель** дисциплины «Программирование микроконтроллеров» является формирование у студентов базовых знаний о принципах организации современных ЭВМ, комплексов и систем, овладение студентами основными приемами и методами программного управления средствами вычислительной техники на ассемблерном уровне.

### **2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Код компетенции	Результаты освоения образовательной программы (ИДК)	Результаты обучения по дисциплине

<p>ОПК-2. Способен применять компьютерные/суперкомпьютерные методы, современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-2.1. Выбирает компьютерные/суперкомпьютерные методы для решения задач профессиональной деятельности;  ОПК-2.2. Использует современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- особенности архитектуры ЭВМ различных классов;</li> <li>- основные направления развития вычислительной техники.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выбирать и использовать программные средства для анализа программного обеспечения;</li> <li>- выявлять причины возникновения дефектов информационных систем;</li> <li>- обеспечивать надежное функционирование информационных систем.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- технологией разработки фиксации и учета дефектов информационных систем и программного обеспечения;</li> <li>- технологией тестирования программного обеспечения;</li> <li>- приемами тестирования информационных систем.</li> </ul>
<p>ОПК-5. Способен устанавливать и сопровождать программное обеспечение информационных систем и баз данных, в том числе отечественного происхождения, с учетом информационной безопасности</p>	<p>ОПК-5.1. Инсталлирует программное обеспечение информационных систем и баз данных, в том числе отечественного происхождения, с учетом информационной безопасности  ОПК-5.2. Сопровождает программное обеспечение информационных систем и баз данных, в том числе отечественного происхождения, с учетом информационной безопасности</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- принципы разработки программного кода</li> <li>- программные средства проектирования и отладки микроконтроллерных устройств</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- разрабатывать программы на алгоритмических языках низкого уровня</li> <li>- разрабатывать программы на алгоритмических языках высокого уровня</li> </ul>

	безопасности	<p>уровня</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- производить отладку программного обеспечения</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- практическими навыками разработки программного обеспечения микроконтроллеров</li> <li>- технологией отладки программного обеспечения микроконтроллеров с помощью программных и аппаратных средств</li> </ul>
--	--------------	---

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Программирование микроконтроллеров» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.14) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы обучающегося и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством электронной информационно-образовательной среды университета с использованием ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий.

### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане). Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации

образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1	Тема 1. Основы построения ЭВМ.	Основы построения ЭВМ. Основные понятия, термины и определения. Машина фон Неймана. Характеристики и классификации ЭВМ. Функциональная и шинная организация ЭВМ. Информационно – арифметические основы построения ЭВМ.
2	Тема 2. Структура и архитектура микроконтроллеров.	Архитектура и работа микроконтроллера. Понятие узла, блока, устройства. Арифметико-логическое устройство (АЛУ). Устройство управления (УУ). Микропрограммное управление. Этапы выполнения команды и программы. Система прерываний.
3	Тема 3. Общее понятие программирования микроконтроллеров.	Этапы разработки проекта. Алгоритм, графическая схема алгоритма, ввод программ, проверка синтаксиса, отладка программ, трансляция, компиляция, линковка. Программирование микроконтроллера. Программные пакеты для программирования микроконтроллеров.
4	Тема 4. Программирование микроконтроллеров на языке «Си».	Структура языка Си. Синтаксис языка. Связь с архитектурой микроконтроллера. Программные пакеты для программирования на языке Си.
5	Тема 5. Программирование контроллеров на языке ассемблера.	Язык ассемблера. Синтаксис языка. Команды и директивы языка. Способы адресации. Архитектура микроконтроллера. Прерывания.
6	Тема 6. Способы организации ввода-вывода в микроконтроллерах.	Способы организации ввода-вывода в микроконтроллерах. Обобщенная программная модель порта, контроллера, адаптера. Способы организации ввода-вывода: программно-управляемый, по прерываниям, по каналу прямого доступа. Структурные схемы и алгоритмы ввода-вывода.

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

**Рекомендуемая тематика учебных занятий в форме контактной работы:**

Рекомендуемая тематика учебных занятий лекционного типа (предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Темы лекций
1	Тема 1. Основы построения ЭВМ.	Лекция 1. Основы построения ЭВМ.
2	Тема 2. Структура и архитектура микроконтроллеров.	Лекция 2-3. Структура и архитектура микроконтроллеров.
3	Тема 3. Общее понятие программирования микроконтроллеров.	Лекция 4-5. Общее понятие программирования микроконтроллеров.
4	Тема 4. Программирование микроконтроллеров на языке «Си».	Лекция 6-8. Программирование микроконтроллеров на языке «Си».
5	Тема 5. Программирование контроллеров на языке ассемблера.	Лекция 9-11. Программирование контроллеров на языке ассемблера.
6	Тема 6. Способы организации ввода-вывода в микроконтроллерах.	Лекция 12-14. Способы организации ввода-вывода в микроконтроллерах.

Рекомендуемая тематика лабораторных занятий:

№ п/п	Темы лабораторных занятий
1.	<i>Знакомство с одноплатной ЭВМ Arduino. Знакомство с отладочным программным комплексом Arduino IDE.</i>
2.	<i>Работа с цифровыми выводами Arduino. Ввод и вывод дискретной информации.</i>
3	<i>Работа с аналоговыми сигналами Arduino. Программирование АЦП и аналоговых компараторов. Использование дискретных выводов для организации ШИМ-сигнала.</i>
4.	<i>Работа Arduino со звуком. Работа с массивами.</i>
5.	<i>Знакомство с ПО Atmel Studio 6.2. Способы адресации операндов.</i>
6.	<i>Арифметические и логические команды.</i>
7.	<i>Реализация типовых структур алгоритмов.</i>
8.	<i>Организация подпрограмм.</i>
9.	<i>Система прерываний.</i>

Требования к самостоятельной работе обучающихся



1. Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.

2. Выполнение домашнего задания, предусматривающего решение задач, выполнение упражнений, выдаваемых на практических занятиях, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.

Руководствуясь положениями статьи 47 и статьи 48 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» научно-педагогические работники и иные лица, привлекаемые университетом к реализации данной образовательной программы, пользуются предоставленными академическими правами и свободами в части свободы преподавания, свободы от вмешательства в профессиональную деятельность; свободы выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания; права на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ и методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы и отдельной дисциплины.

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане).

Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

<b>№ п/п</b>	<b>Название раздела</b>	<b>Темы самостоятельных работ</b>
1.	Тема 1. Основы построения ЭВМ.	<i>Принстонская и гарвардская архитектура ЭВМ. CISC, RISC, VLIW, SPARC процессоры.</i>
2.	Тема 2. Структура и архитектура микроконтроллеров.	<i>Основные направления развития микроконтроллеров. Микроконтроллеры семейств x86, ARM, AVR.</i>
3.	Тема 3. Общее понятие программирования микроконтроллеров.	<i>Основные методы разработки ПО микроконтроллеров. Инструментальное ПО для разработки и отладки программ в микроконтроллерах. Программирование микроконтроллеров.</i>

4.	Тема 4. Программирование микроконтроллера на языке «Си».	<i>Структура языка Си. Синтаксис языка. Связь с архитектурой микроконтроллера. Программные пакеты для программирования на языке Си. Оптимизаторы языка Си. Ассемблерные вставки в программу на языке Си.</i>
5.	Тема 5. Программирование контроллеров на языке ассемблера.	<i>Синтаксис языка ассемблера. Программная модель микроконтроллера. Типовые структуры алгоритмов. Подпрограммы. Работа с массивами.</i>
6.	Тема 6. Способы организации ввода-вывода в микроконтроллерах.	<i>Ввод вывод дискретных сигналов. Ввод аналоговых сигналов. Организация аналогового вывода с помощью ШИМ- сигналов. Программирование счетчиков и таймеров. Работа с прерываниями.</i>

## 7. Методические рекомендации по видам занятий

Лекционные занятия.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Практические и семинарские занятия.

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения, контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

Самостоятельная работа.

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретных ситуаций из практики, подготовке индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

## 8. Фонд оценочных средств

### 8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно

связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или её части)	Оценочные средства по этапам формирования компетенций
		текущий контроль по дисциплине
<ul style="list-style-type: none"> <li>Тема 1. Основы построения ЭВМ.</li> </ul>	ОПК-2	Тестирование, выполнение лабораторной работы. Защита лабораторной работы с использованием презентации
<ul style="list-style-type: none"> <li>Тема 2. Структура и архитектура микроконтроллеров.</li> </ul>	ОПК-2	Тестирование, выполнение лабораторной работы. Защита лабораторной работы с использованием презентации
<ul style="list-style-type: none"> <li>Тема 3. Общее понятие програм-мирования микро-контроллеров.</li> </ul>	ОПК-5	Тестирование, выполнение лабораторной работы. Защита лабораторной работы с использованием презентации
<ul style="list-style-type: none"> <li>Тема 4. Програм-мирование микроконтроллеров на языке «Си».</li> </ul>	ОПК-5	Тестирование, выполнение лабораторной работы. Защита лабораторной работы с использованием презентации
<ul style="list-style-type: none"> <li>Тема 5. Програм-мирование контроллеров на языке ассемблера.</li> </ul>	ОПК-5	Тестирование, выполнение лабораторной работы. Защита лабораторной работы с использованием презентации
<ul style="list-style-type: none"> <li>Тема 6. Способы организации ввода-вывода в микроконтроллерах.</li> </ul>	ОПК-5	Тестирование, выполнение лабораторной работы. Защита лабораторной работы с использованием презентации

## 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности процессе текущего контроля

### Примеры тестовых заданий:

1. Основным принципом построения всех современных ЭВМ является:

- а) закрытость архитектуры
- б) адресность памяти
- в) программное управление

2. Чем должен сопровождаться переход к конструированию ЭВМ на СБИС и ультра-СБИС?

- а) снижением тактовой частоты работы схемы

- б) уменьшением разрядности процессора
- в) уменьшением вычислительной мощности

3. Что образует ядро ПЭВМ?

- а) система ввода-вывода информации
- б) процессор и основная память
- в) файловая система

4. Какие языки относятся к языкам программирования низкого уровня?

- а) процедурно-ориентированные
- б) машинно-ориентированные
- в) проблемно-ориентированные

5. Какие числа представляются в виде мантииссы  $m$  и порядка  $p$ ?

- а) числа, представленные в двоично-десятичном коде
- б) числа с плавающей точкой
- в) числа с фиксированной точкой

6. Что относят к системам автоматизации программирования?

- а) редакторы
- б) средства отладки
- в) языки программирования, языковые трансляторы, редакторы, средства отладки

7. Какие виды ЭВМ выделяют в соответствии с физическим представлением обрабатываемой информации?

- а) ЭВМ первого, второго, третьего и четвертого поколений
- б) аналоговые, цифровые, гибридные
- в) суперкомпьютер, базовый компьютер, рабочая станция, мини-компьютер

8. Если выделение ресурсов производится перед выполнением программы, такой процесс называется:

- а) динамическим перемещением
- б) динамико-статическим перемещением
- в) статическим перемещением

9. Какой элемент операционной системы IBM PC отвечает за работу файловой системы, обслуживает прерывания верхнего уровня (32...63), обеспечивает информационное взаимодействие с внешними устройствами?

- а) программа начальной загрузки
- б) модуль расширения BIOS
- в) командный процессор

10. По какому признаку компьютеры подразделяют на супер-ЭВМ, большие ЭВМ, средние ЭВМ, персональные и профессиональные компьютеры, мобильные и карманные компьютеры?

- а) по совместимости
- б) по типоразмерам

в) по типу используемого процессора

11. CISC (Complex Instruction Set Computer) подразумевает, что процессор:

- а) поддерживает ограниченный набор команд и имеет небольшое число регистров
- б) поддерживает очень большой набор команд и имеет большое число регистров
- в) поддерживает очень большой набор команд и имеет небольшое число регистров

12. Какой из внешних интерфейсов обладает первоначальной скоростью 850 Мбит/с?

- а) параллельный порт (LPT)
- б) USB 2.0
- в) Fire Wire

13. Совокупность оперативной памяти и внешних запоминающих устройств, а также комплекса программно-аппаратных средств, обеспечивающих динамическую переадресацию данных, – это:

- а) виртуальная память
- б) виртуальная машина
- в) кэш-память

14. Микропроцессоры пятого поколения имеют:

- а) 64-разрядную шину данных и 32-разрядную шину адресов
- б) 64-разрядную шину данных и адресов
- в) 32-разрядную шину данных и 64-разрядную шину адресов

15. В каком(-их) режиме(-ах) функционирует механизм поддержки мультизадачности?

- а) только в защищенном
- б) только в реальном
- в) как в реальном, так и в защищенном

16. Какой объем информации может хранить каждый элемент памяти?

- а) 16 Кб
- б) 1 байт
- в) 1 бит

17. Адресуемой единицей информации основной памяти IBM PS является:

- а) бит
- б) байт
- в) ячейка

18. Укажите верное утверждение.

- а) Время доступа к статической памяти существенно меньше, чем к динамической памяти
- б) Быстродействие статической памяти не отличается от быстродействия динамической памяти
- в) Время доступа к динамической памяти существенно меньше, чем к статической памяти

19. По какому признаку интерфейсы делятся на магистральный, радиальный, цепочный и комбинированный?

- а) по принципу обмена информацией
- б) по способу передачи информации
- в) по способу соединения компонентов

20. Какие операции может выполнять ПЗУ?

- а) запись и хранение
- б) чтение, запись и хранение
- в) чтение и хранение

21. Какие устройства обслуживает локальная шина?

- а) наиболее быстрые
- б) как быстрые, так и медленные устройства
- в) сравнительно медленные

22. Какие операнды всегда бывают числовыми?

- а) «операнды в памяти»
- б) регистровые
- в) непосредственные

23. Что понимается под кластеризацией?

- а) технология создания виртуальных серверов
- б) технология, с помощью которой сеть передачи данных распадается на отдельные подсети
- в) технология, с помощью которой несколько серверов, сами являющиеся вычислительными системами, объединяются в систему более высокого ранга для повышения эффективности функционирования системы в целом

25. Какая архитектура вычислительной системы предполагает, что параллельно может быть организовано много потоков данных и много потоков команд?

- а) многопроцессорная архитектура
- б) многомашинная архитектура
- в) архитектура с параллельными процессорами

26. Укажите верное утверждение.

- а) Количество уровней системы, объединенных кластерной технологией, не влияет на надежность, масштабируемость и управляемость кластера
- б) Чем больше уровней системы объединены кластерной технологией, тем выше надежность, масштабируемость и управляемость кластера
- в) Чем меньше уровней системы объединены кластерной технологией, тем выше надежность, масштабируемость и управляемость кластера

27. Какой недостаток имеют системы с общей памятью, построенные на системной шине?

- а) низкая скорость межпроцессорного обмена
- б) такие системы плохо масштабируются

в) каждый процессор может использовать только ограниченный объем локального банка памяти

28. Архитектура с какой топологией считается наиболее эффективной?

- а) с топологией «толстое дерево»
- б) с топологией «звезда»
- в) с топологией «кольцо»

29. Каково главное преимущество систем с отдельной памятью?

- а) неограниченный объем локального банка памяти
- б) хорошая масштабируемость
- в) относительно невысокая цена

30. Какой компьютер называется суперскалярным?

- а) компьютер с несколькими физическими процессорами
- б) компьютер, способный последовательно выполнять несколько команд программы
- в) компьютер, способный одновременно выполнять несколько последовательных команд программы

#### Ответы

1. б	2. в	3. в	4. а	5. в	6. а	7. а	8. б	9. в	10. а
1. а	2. в	3. в	4. в	5. б	6. б	7. а	8. в	9. а	10. в
1. а	2. б	3. в	4. а	5. б	6. б	7. а	8. в	9. б	10. б

### 8.3. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации по дисциплине

#### Вопросы для промежуточного контроля (зачета)

- Микропроцессоры, микроконтроллеры. Основные понятия. Разновидности.
- Классификация специализированных микропроцессоров.
- Электронно-вычислительная машина фон-Неймана.
- Архитектурные принципы фон-Неймана.
- Структура микропроцессорной системы. Шины МП системы.
- Шины МП системы.
- Принстонская и гарвардская архитектуры МП систем.
- МП системы с CISC и RISC наборами команд.
- Структура типового микропроцессора.
- Последовательность выполнения операций микропроцессором.
- Процессор МП системы. Устройство управления. АЛУ. Аккумулятор.
- Память МП системы.
- Регистры МП системы. Регистры общего назначения.

- Счетчик команд. Регистр адреса.
- Регистр состояния.
- Стек. Принцип работы стека. Указатель стека.
- Система шин МП системы.
- Типовая структура системы управления на основе микроконтроллера.
- Процессорное ядро MCS-51.
- Процессорное ядро PIC.
- Процессорное ядро ARM.
- Микроконтроллеры семейства Cortex.
- Семейство МК STM-32.
- Цифровая обработка сигналов.
- Архитектура ЦСП.
- Стандартные ЦСП, улучшенные стандартные ЦСП, ЦСП с архитектурой VLIW, суперскалярные ЦСП, гибридные ЦСП.
- Семейство AVR-контроллеров.
- Выводы микроконтроллера ATmega 328. +
- Архитектура контроллеров семейства AVR.
- Память МК AVR.
- РОН AVR. Регистр состояния SREG микроконтроллера семейства AVR.
- Порты ввода-вывода МК семейства AVR. Управление портами.
- Таймеры-счетчики МК семейства AVR. Управление таймерами-счетчиками.
- Сторожевой таймер МК семейства AVR.
- Аналоговый компаратор МК семейства AVR. Работа с компаратором.
- АЦП МК семейства AVR. Работа с АЦП.
- Последовательные интерфейсы МК семейства AVR.
- Прерывания в МК семейства AVR. Вектор состояния программы. Таблица векторов прерываний. Маскирование прерываний. Флаги прерываний.
- Программная модель AVR-микроконтроллеров. Система команд МК семейства AVR.
- Арифметические и логические команды ассемблера МК семейства AVR.
- Команды ветвления ассемблера МК семейства AVR.
- Команды передачи данных ассемблера МК семейства AVR.
- Команды работы с битами ассемблера МК семейства AVR.
- Способы адресации в МК семейства AVR.
- Прямая регистровая, непосредственная адресация МК семейства AVR.
- Косвенная, косвенная со смещением, косвенная с предекрементом, косвенная с постинкрементом адресация МК семейства AVR.
- Относительная адресация, адресация константы МК семейства AVR.
- Реализация типовых структур алгоритмов. Ветвления.
- Организация подпрограмм.
- Прерывания.
- Программирование микроконтроллеров.
- Работа в среде AVR Studio.
- Директивы ассемблера МК семейства AVR.

### **Практические задания для зачета**



- Прочитать содержимое порта А и определить состояния 0-го разряда, при появлении на нем логической «1» вывести «1» в 0-й разряд порта В.
- Прочитать содержимое порта А, произвести операцию «Исключающее ИЛИ» с прочитанным байтом, вывести результат операции в порт В.
- Прочитать содержимое порта А, сложить полученные число с константой \$0F, вывести результат операции в порт В.
- Заполнить 256 ячеек памяти данных, начиная с адреса \$0100 константой \$FF.
- Составить программу циклического вывода логической «1» поочередно в 8-ми разрядах порта А.
- Составить программу циклического опроса порта А, при появлении «1» в 0-м разряде вывести «1» в 0-разряд порта В.
- Составить программу циклического опроса ячейки \$0100 памяти данных, выводить содержимое ячейки в порт А.
- Прочитать содержимое порта А, при четном результате – вывести прочитанное число в регистр R0, при нечетном – вывести число в регистр R1.
- Анализ переполнения разрядной сетки при суммировании двух чисел, вводимых из портов А и В, при переполнении – вывод «1» в разряд 0 порта С.
- Анализ отрицательного результата вычитания чисел, считанных из портов А и В, при отрицательном результате – вывод «1» в разряд 0 порта С.
- Поменять местами 1-й и 2-й биты в регистре R0, проинвертировать содержимое регистра.
- Поменять местами 3-й и 4-й биты в регистре R1, проинвертировать содержимое регистра.
- Составить подпрограмму ожидания появления «1» в 7-м разряде порта А. При возникновении события – возврат в основную программу.
- Составить подпрограмму ожидания появления «0» в 3-м разряде порта В. При возникновении события – возврат в основную программу.
- Составить программу сложения двух целых 8-разрядных чисел с использованием прямой регистровой адресации РОН, непосредственной адресации, косвенной адресации. Результат сложения в этом и последующих пунктах задания сохранить в ячейке памяти данных \$0100.
- Написать программу сложения двух чисел, прочитанных из портов А и В с записью результата в ячейку памяти \$0100.
- Сложить содержимое R1 и R2, вычесть из результата константу \$01, в случае отрицательного результата записать результат в ячейку памяти \$0100.
- Составить программу пересылки массива из памяти данных по адресам \$0100-\$01FF в память данных по адресам \$0200-\$02FF.
- В массиве, записанном в памяти данных по адресам \$0100-\$01FF, найти наибольшее число, записать его в R0.
- В массиве, записанном в памяти данных по адресам \$0200-\$02FF, найти наименьшее число, записать его в R0.
- Составить программу циклического сдвига содержимого R0 на 4 разряда, после чего проинвертировать содержимое регистра.
- Сравнить старший и младший полубайты R0, при их неравенстве поменять местами младший и старший полубайты, проинвертировать их.

- Проанализировать массив памяти данных \$0100-\$01FF, при первом обнаружении в нем числа, равного нулю – адрес числа записать в регистровую пару Z.

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня (этапы формирования компетенции, критерии оценки сформированности)	Пятибалльная шкала (академическая) оценка	Двухбалльная шкала, зачет	БРС, % освоения (рейтинговая оценка)
Повышенный	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i>  Умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического и прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	отлично	зачтено	86-100
Базовый	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу с большей степени самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения	хорошо		71-85
Удовлетворительный (достаточно)	Репродуктивная	Изложение в пределах задач курса теоретически и	удовлетворительно		55-70

й)	деятельность	практически контролируемого материала			
Недостаточный	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня		неудовлетворительно	не зачтено	Менее 55

## **9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **Основная литература**

1. Водовозов, А. М. Микроконтроллеры для систем автоматики: Учебное пособие / Водовозов А.М. - Вологда:Инфра-Инженерия, 2016. - 164 с.: ISBN 978-5-9729-0138-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/760122> (дата обращения: 25.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
2. Фрунзе, А. В. Микроконтроллеры? Это же просто! Том 1 : практическое руководство / А. В. Фрунзе. - 2-е изд. - Москва : ДМК Пресс, Додэка-XXI, 2023. - 312 с. - ISBN 978-5-89818-590-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2107962> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.
3. Алиев, М. Т. Интерфейсы микроконтроллеров : учебное пособие / М. Т. Алиев, Т. С. Буканова. - Йошкар-Ола : Поволжский государственный технологический университет, 2019. - 94 с. - ISBN 978-5-8158-2156-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1894121> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.

### **Дополнительная литература**

- Гуров, В. В. Микропроцессорные системы : учебное пособие / В.В. Гуров. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 336 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/7788. - ISBN 978-5-16-009950-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1816816> (дата обращения: 03.04.2023). – Режим доступа: по подписке.

## **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладовконференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента
- ПРОСПЕКТ ЭБС

- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН
- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

Программное обеспечение обучения включает в себя:

- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;
- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;
- корпоративная платформа;
- установленное на рабочих местах обучающихся ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости) используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

Лаборатория микропроцессоров и интегрированных систем

Перечень основного оборудования:

Лабораторная установка «Основы цифровой и микропроцессорной техники» ОЦМТ1-Н-К - 4 шт. Состав лабораторной установки. Однофазный источник питания. Блок испытания цифровых устройств. Набор миниблоков «Основы цифровой техники». Набор миниблоков «Микроконтроллеры».

Мультиметр Uni-T UT 53 – 4 шт. Ноутбук – 4 шт.

Телевизор LG

Персональный компьютер с параметрами - Intel Core I3-3220, 3.3 GHz, 4Gb RAM, 1 Tb HDD, 21,5”, keyboard, Mouse, LAN, Internet access Ноутбук – 4 шт.

Перечень используемого программного обеспечения:

Общесистемное программное обеспечение Microsoft Windows 7, Общесистемное программное обеспечение Microsoft Office Standart 2010. Россия, 236016, Калининградская обл., г. Калининград, ул. А. Невского, дом № 14, корпус №2, третий этаж, ауд. 309-310.

#### 4.3. Программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

##### 1. Наименование дисциплины: «Теория вероятностей и математическая статистика».

**Цель** дисциплины: целью освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование математической культуры, овладение студентами математическим аппаратом теории вероятностей и математической статистики, который используется непосредственно для решения прикладных задач и построения вероятностных моделей в различных областях практической деятельности.

##### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код компетенции	Результаты освоения образовательной программы (ИДК)	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Решает задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук. ОПК-1.3. Выбирает методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	- <b>знать</b> основные методы и модели теории вероятностей и математической статистики; о возможностях, предоставляемых точными науками по интерпретации и обобщению научных исследований; знать о возможностях, предоставляемых теорией вероятностей при решении прикладных задач; - <b>уметь</b> применять стандартные методы и модели к решению типовых теоретико-вероятностных и статистических задач;

		- <b>владеть</b> практическими навыками использования математического аппарата теории вероятностей для решения конкретных задач; навыками по поиску дополнительного материала по каждой теме курса; навыками формализации задач, составления алгоритмов решения, пригодных для последующего программирования; <b>владеть</b> профессиональным языком предметной области знания
--	--	--

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Теория вероятностей и математическая статистика» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.14) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы обучающегося и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством электронной информационно-образовательной среды университета с использованием ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий

### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане). Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины

сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

№	Наименование раздела	Содержание раздела
1	Пространство элементарных событий	Пространство событий. Операции над событиями. Алгебра событий. Измеримое пространство. Вероятность случайных событий. Комбинаторно-вероятностные схемы. Аксиоматика Колмогорова. Вероятностная мера и вероятностное пространство. Свойства вероятности. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формула Байеса.
2	Биномиальное распределение	Биномиальная и полиномиальная схемы независимых испытаний. Локальная и интегральная предельные теоремы Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона.
3	Случайная величина. Функция распределения.	Определение и описание случайной величины: функция распределения и плотность распределения вероятностей, их свойства. Основные дискретные и абсолютно непрерывные распределения: биномиальное, геометрическое, пуассоновское, нормальное, показательное, равномерное, распределение Стюдента.
4	Многомерные случайные величины.	Многомерные случайные величины: функция распределения вероятностей многомерных случайных величин, их свойства. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции и его свойства. Корреляционная матрица. Совместная функция распределения случайных величин. Дискретные и абсолютно случайные непрерывные векторы. Независимость случайных величин. Критерии независимости дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин. Распределение функции от случайных величин. Свертка распределений.
5	Числовые характеристики случайной величины	Интеграл Лебега от случайной величины по вероятностной мере на пространстве элементарных событий. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Интеграл Лебега–Стилтьеса и его связь с интегралом Лебега. Вычислительные формулы для математических ожиданий дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин. Математические ожидания и дисперсии типовых распределений. Моменты случайных величин. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Основные неравенства классической теории вероятностей: неравенства Чебышева, неравенства Маркова. Ковариация и коэффициент

		корреляции, их свойства. Понятие об условном математическом ожидании. Условная плотность.
6	Предельные теоремы	Типы сходимости случайных величин. Теоремы, связывающие различные типы сходимостей. Неравенство Чебышева. Центральная предельная теорема. Теорема непрерывности. Условие Линдберга. Центральная теорема в форме Линдберга. Теорема Ляпунова. Закон больших чисел. Теорема Бернулли. Теорема Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Теорема Бореля.
7	Цепи Маркова	Определение марковского процесса. Уравнение Колмогорова-Чепмена. Классификация состояний марковской цепи. Эргодическая теорема. Определение марковского процесса. Уравнение Колмогорова-Чепмена. Матрица интенсивностей и её свойства. Система дифференциальных уравнений Колмогорова, её решение. Предельное распределение вероятностей. Простейший поток событий. Пуассоновский процесс. Процессы размножения и гибели.
8	Статистические модели. Вариационный ряд и его характеристики.	Статистические модели и основные задачи статистического анализа, примеры; экспоненциальные семейства. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Теорема Гливленко. Теорема Колмогорова об оценке неизвестной функции распределения. Выборочные распределения. Асимптотические распределения выборочных моментов.
9	Статистическое оценивание неизвестных параметров распределения.	Статистическое оценивание. Состоятельные, несмещённые, эффективные оценки. Неравенство информации. Достаточные статистики. Условное распределение, условное математическое ожидание. Улучшение несмещённой оценки посредством усреднения по достаточной статистике. Полные достаточные статистики. Наилучшие несмещённые оценки. Теорема факторизации.
10	Методы оценивания.	Метод максимального правдоподобия и метод моментов
11	Оценки наибольшего правдоподобия.	Оценки наибольшего правдоподобия, их состоятельность. Понятие асимптотической нормальности случайной последовательности. Асимптотическая нормальность оценок максимального правдоподобия. Примеры преобразований, стабилизирующих экспертные оценки.
12	Метод наименьших квадратов.	Метод наименьших квадратов. Ортогональные планы. Анализ нормальной выборки. Свойства оценок метода наименьших квадратов. Теорема Гаусса - Маркова.
13	Доверительные интервалы.	Интервальные оценки. Нахождение доверительных и асимптотически доверительных интервалов.



14	Проверка статистических гипотез.	Проверка статистических гипотез, основные понятия. Ошибки первого и второго рода. Лемма Неймана-Пирсона. Равномерно наиболее мощные критерии, примеры. Проверка гипотез значимости. Критерии К. Пирсона «хи-квадрат» и Колмогорова.
----	----------------------------------	---

### 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Рекомендуемая тематика учебных занятий лекционного типа (предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

№	Наименование раздела	Темы лекций
1	Пространство элементарных событий	Лекция 1. Дискретное пространство элементарных событий. Лекция 2. Произвольное пространство элементарных событий.
2	Биномиальное распределение	Лекция 3. Биномиальное распределение.
3	Случайная величина. Функция распределения.	Лекция 4. Случайная величина. Функция распределения.
4	Многомерные случайные величины.	Лекция 5. Многомерные случайные величины
5	Числовые характеристики случайной величины.	Лекция 6. Числовые характеристики случайной величины.
6	Предельные теоремы.	Лекция 7. Сходимость случайных величин. Лекция 8. Центральная предельная теорема. Лекция 9. Закон больших чисел.
7	Цепи Маркова.	Лекция 10. Дискретные цепи Маркова Лекция 11. Марковские процессы с дискретным множеством состояний и непрерывным временем.
8	Статистические модели. Вариационный ряд и его характеристики.	Лекции 12. Статистические модели. Вариационный ряд и его характеристики.
9	Статистическое оценивание неизвестных параметров распределения.	Лекция 13. Статистическое оценивание неизвестных параметров распределения.
10	Методы оценивания.	Лекции 14. Методы оценивания.
11	Оценки наибольшего правдоподобия.	Лекция 15. Оценки наибольшего правдоподобия
12	Метод наименьших квадратов.	Лекция 16. Метод наименьших квадратов.
13	Доверительные интервалы.	Лекция 17. Доверительные интервалы.
14	Проверка	Лекция 18. Проверка статистических гипотез.

**Рекомендуемая тематика практических занятий:**

- Тема 1. Дискретное пространство элементарных событий
- Тема 2. Произвольное пространство элементарных событий
- Тема 3. Биномиальное распределение
- Тема 4. Случайная величина. Функция распределения
- Тема 5. Многомерные случайные величины
- Тема 6. Числовые характеристики случайной величины.
- Тема 7. Сходимость случайных величин
- Тема 8. Центральная предельная теорема
- Тема 9. Закон больших чисел
- Тема 10. Дискретные цепи Маркова
- Тема 11. Марковские процессы с дискретным множеством состояний и непрерывным временем.
- Тема 12. Статистические модели. Вариационный ряд и его характеристики
- Тема 13. Статистическое оценивание неизвестных параметров распределения
- Тема 14. Методы оценивания.
- Тема 15. Оценки наибольшего правдоподобия
- Тема 16. Метод наименьших квадратов
- Тема 17. Доверительные интервалы
- Тема 18. Проверка статистических гипотез

На практических занятиях решаются задачи по теме занятия.

**Требования к самостоятельной работе обучающихся**

1. Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.
2. Выполнение домашнего задания, предусматривающего решение задач, выполнение упражнений, выдаваемых на практических занятиях, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.

Руководствуясь положениями статьи 47 и статьи 48 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» научно-педагогические работники и иные лица, привлекаемые университетом к реализации данной образовательной программы, пользуются предоставленными академическими правами и свободами в части свободы преподавания, свободы от вмешательства в профессиональную деятельность; свободы выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания; права на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ и методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы и отдельной дисциплины.

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане).

Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

## **7. Методические рекомендации по видам занятий**

Лекционные занятия.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Практические и семинарские занятия.

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения, контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

Самостоятельная работа.

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретным ситуациям из практики, подготовке индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

## **8. Фонд оценочных средств**

## 8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или её части)	Оценочные средства по этапам формирования компетенций
		текущий контроль по дисциплине
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Пространство элементарных событий</li> </ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач.
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Биномиальное распределение</li> </ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач, контрольная работа
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Случайная величина. Функция распределения.</li> </ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Многомерные случайные величины.</li> </ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Числовые характеристики случайной величины.</li> </ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Предельные теоремы.</li> </ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Цепи Маркова.</li> </ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач,
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Статистические модели. Вариационный ряд и его характеристики.</li> </ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач, контрольная работа
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Статистическое оценивание неизвестных параметров распределения.</li> </ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Методы оценивания.</li> </ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Оценки наибольшего правдоподобия.</li> </ul>	ОПК-1	Контрольная работа
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Метод наименьших квадратов.</li> </ul>	ОПК-1	Решение задач
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Доверительные интервалы.</li> </ul>	ОПК-1	Опрос, решение задач
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Проверка статистических гипотез.</li> </ul>	ОПК-1	Консультация, опрос, самостоятельная работа

## 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности в процессе текущего контроля

### Примеры вопросов для устного опроса:

Тема 4. Случайная величина. Функция распределения.

- Случайная величина. Функция распределения и её свойства.
- Дискретные случайные величины и их описание.
- Примеры дискретных случайных величин. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.
- Абсолютно непрерывные случайные величины их описание. Плотность распределения одномерной случайной величины и ее свойства.
- Примеры абсолютно непрерывных случайных величин. Равномерное распределение. Показательный закон. Нормальное распределение.

Тема 6. Числовые характеристики случайной величины.

1. Интеграл Лебега-Стилтьеса.
2. Математическое ожидание и его свойства.
3. Дисперсия и её свойства.
4. Моменты случайной величины и их применение. Мода, медиана.

### Типовые контрольные задания:

#### Контрольная работа №1

- В урне имеются четыре шара под номерами 1,2,3. Вынули один за другим 2 шара. Найти ряд распределения, функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию разности номеров вынутых шаров.
- Плотность распределения случайной величины имеет вид

$$f(x) = a e^{-|x|} \quad (- < x < ).$$

Найти параметр  $a$ , функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию, моду и медиану этой случайной величины.

- Вероятность поломки каждого из 5 работающих станков равна 0,08. Найдите функцию распределения количества сломанных станков.
- Многократно измеряют некоторую величину. Вероятность того, что эта величина по модулю не превзойдет 10, равна 0,99. Найти систематическую ошибку прибора, если среднеквадратическая ошибка измерений равна 1 и ошибки измерения распределены по нормальному закону.

#### Контрольная работа №2

- Рыбак забросил спиннинг 80 раз. Какова вероятность того, что он поймал хотя бы одну рыбу, если одна рыба приходится в среднем на 200 забрасываний?
- Случайная величина  $X$  равномерно распределена на интервале  $(-a, a)$ . Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $Y=5X-2a$ .
- Известно распределение случайного вектора  $(X, Y)$

	$X = 2$	$X = 4$	$X = 6$
$Y = -2$	0,1	0,1	0,3
$Y = -4$	0,2	0,2	0,1

Выясните, зависимы ли события  $XY \neq 0$  и  $X + Y = 0$ .

Найдите ковариацию  $X$  и  $Y$ , ряд распределения величины  $Z=X+Y$ .

- 4.. В здании включено 2000 ламп. Вероятность перегорания каждой равна 0,05. Найти вероятность того, что перегорит не более 50. Оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом работающих ламп и средним числом исправных ламп, окажется меньше 40.
- 5.. Производится 12 независимых испытаний с вероятностью успеха 0,1 в каждом испытании. Пусть  $X$  – число успехов в испытаниях с номерами 1,2,...,6,  $Y$  – число успехов в испытаниях с номерами 4,5,...,12. Найдите дисперсию  $D[X+2Y]$ .

### 8.3. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации по дисциплине

#### Вопросы для промежуточного контроля (экзамена. 5 семестр)

1. Дискретное вероятностное пространство.
2. Аксиомы теории вероятностей для произвольного вероятностного пространства.
3. Вероятность события (классическое, геометрическое, статистическое определения, вероятностная мера)
4. Свойства вероятности.
5. Условная вероятность. Теорема умножения. Независимость событий.
6. Формула полной вероятности.
7. Формула Байеса.
8. Математическая модель  $n$  независимых опытов (схема Бернулли). Биномиальное распределение.
9. Случайная величина. Функция распределения и её свойства.
10. Дискретные случайные величины и их описание.
11. Примеры дискретных случайных величин. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.
12. Абсолютно непрерывные случайные величины их описание. Плотность распределения одномерной случайной величины и ее свойства.
13. Примеры абсолютно непрерывных случайных величин. Равномерное распределение. Показательный закон. Нормальное распределение.
14. Многомерная случайная величина. Функция распределения многомерной случайной величины и её свойства.
15. Независимые случайные величины.
16. Распределение суммы независимых случайных величин.

17. Функции от случайных величин.
18. Интеграл Лебега-Стилтьеса.
19. Математическое ожидание и его свойства.
20. Дисперсия и её свойства.
21. Моменты случайной величины и их применение. Мода, медиана.
22. Условные законы распределения и числовые характеристики случайной величины.
23. Ковариация случайных величин и её свойства.
24. Коэффициент корреляции случайных величин и его свойства.
25. Сходимость случайных величин.
26. Неравенство Чебышева.
27. Теорема Пуассона для одинаково распределенных случайных величин.
28. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
29. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
30. Центральная предельная теорема в простейшей форме.
31. Центральная предельная теорема в форме Линдберга.
32. Сходимость к нормальному распределению в форме Ляпунова.
33. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.

#### **Вопросы для промежуточного контроля (зачета с оценкой, 6 семестр)**

- Определение, классификация и описание случайного процесса.
- Определение дискретной цепи Маркова.
- Однородная дискретная цепь Маркова.
- Уравнения Колмогорова-Чепмена.
- Классификация состояний дискретной цепи Маркова.
- Эргодическая цепь Маркова.
- Марковские случайные процессы с дискретным множеством состояний и непрерывным временем.
- Простейший поток событий.
- Пуассоновский случайный процесс.
- Предельное распределение вероятностей.
- Процесс размножения и гибели.
- Вариационный и статистический ряд, Полигон и гистограмма.
- Эмпирическая функция распределения и ее свойства Теоремы Гливленко и Колмогорова
- Распределение Фишера
- Распределение Стьюдента.
- распределение
- Выборочное среднее и его свойства.
- Выборочная дисперсия и ее свойства.
- Выборочные начальные моменты и их свойства.
- Выборочные центральные моменты и их свойства.
- Асимптотические свойства выборочного распределения
- Статистическая оценка. Несмещенные оценки. Примеры несмещенных оценок.
- Состоятельные оценки. Примеры.
- Метод моментов

- Метод наибольшего правдоподобия
- Эффективные оценки. Неравенство Рао-Крамера.
- Асимптотически эффективные оценки.
- Достаточные статистики. Критерий Неймана-Пирсона.
- Метод доверительных интервалов.
- Проверка гипотез. Ошибки 1 и 2 рода.
- Общая схема проверки гипотез.
- Критерий проверки. Критическая область.  
Критерий согласия

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня (этапы формирования компетенции, критерии оценки сформированности)	Пятибалльная шкала (академическая) оценка	Двухбалльная шкала, зачет	БРС, % освоения (рейтинговая оценка)
Повышенный	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического и прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	отлично	зачтено	86-100
Базовый	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу с большей степени самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения	хорошо		71-85
Удовлетворительный	Репродуктивная	Изложение в пределах задач курса	удовлетворительно		55-70



(достаточны й)	деятельность	теоретически и практически контролируемого материала			
Недостаточн ый	Отсутствие	признаков	неудовлетв орительно	не зачтено	Менее 55

## **9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **Основная литература**

- Коган, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е.А. Коган, А.А. Юрченко. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 250 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/textbook\_5cde54d3671a96.35212605. - ISBN 978-5-16-014235-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1541962> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Бочаров, П. П. Теория вероятностей. Математическая статистика [Электронный ресурс] / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с. - ISBN 5-9221-0633-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/405754> (дата обращения: 03.04.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Корчагин, В. В. Теория вероятностей и математическая статистика : практикум / В. В. Корчагин, С. В. Белокуров, Р. В. Кузьменко. - Воронеж : Воронежский институт ФСИН России, 2019. - 162 с. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1086219> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

### **Дополнительная литература**

- Ананьевский, С. М. Теория вероятностей с примерами и задачами: Учебное пособие / Ананьевский С.М., Невзоров В.Б. - СПб:СПбГУ, 2013. - 240 с.: ISBN 978-5-288-05491-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/940734> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Двойцова, И. Н. Элементы теории вероятностей и математической статистики : учебное пособие / И. Н. Двойцова. - Железногорск : ФГБОУ ВО Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2021. - 136 с. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1844137> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

## **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладов конференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента
- ПРОСПЕКТ ЭБС
- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН

Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

Программное обеспечение обучения включает в себя:

- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;
- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;
- корпоративная платформа;
- установленное на рабочих местах обучающихся ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security.
- специализированное ПО не требуется.

### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости) используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

#### 4.4. Программа дисциплины «Уравнения математической физики»

##### 1. Наименование дисциплины: «Уравнения математической физики»

**Целью** освоения дисциплины является изучение вопросов корректности основных задач математической физики, получение явных формул решения, знакомство с основами современных инструментов исследования этих задач.

##### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код компетенции	Результаты освоения образовательной программы (ИДК)	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Решает задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук. ОПК-1.3. Выбирает методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<b>Знать:</b> теоретические основы естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой в области уравнений математической физики. <b>Уметь:</b> использовать полученные теоретические знания в разработке алгоритмических и программных решений в области уравнений математической физики <b>Владеть:</b> способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением методов математической физики.
ОПК-3. Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей	ОПК-3.1 – Разрабатывает алгоритмические и программные решения в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей ОПК-3.2 – Создает информационные ресурсы	<b>Знать:</b> основные понятия и определения курса; методы решения основных уравнений математической физики: волнового уравнения, уравнения теплопроводности, уравнения Пуассона. <b>Уметь:</b> использовать полученные теоретические знания в разработке информационных и имитационных моделей физических процессов,

информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	глобальных сетей, образовательный контент, прикладные базы данных ОПК-3.3. Применяет тесты и средства тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	приводящихся к уравнениям математической физики. <b>Владеть:</b> способностью решать применять и модифицировать математические модели для решения задач с применением методов математической физики.
--	---	---

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Уравнения математической физики» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.14) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы обучающегося и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством электронной информационно-образовательной среды университета с использованием ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий.

### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия,

практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане). Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

№ п/п	Наименование темы	Содержание темы
1	Тема 1. Классификация уравнений математической физики. Приведение уравнений к каноническому виду. Постановка краевых задач для уравнений математической физики	Приведение уравнений к каноническому виду. Постановка краевых задач для уравнений математической физики. Вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа; постановка краевых задач, их физическая интерпретация. Классификация краевых задач. Теорема Коши-Ковалевской. Понятие характеристического направления. Характеристики; приведение к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка. Понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных краевых задач. Пример Адамара.
2	Тема 2. Задача Коши для волнового уравнения.	Волновое уравнение. Энергетические неравенства. Единственность решения задачи Коши и смешанной задачи. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Метод отражений. Полубесконечная и конечная струна. Вывод формул Кирхгофа и Пуассона, исследование этих формул; передний и задний фронты волны.
3	Тема 3. Задача Коши для уравнения теплопроводности.	Уравнение теплопроводности; принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши; построение решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
4	Тема 4 Гармонические функции. Уравнения Лапласа и Пуассона.	Свойства гармонических функций. Принцип максимума. Стирание особенностей гармонической функции. Последовательности гармонических функций. Поведение гармонической функции на бесконечности. Уравнения Лапласа и Пуассона. Формулы Грина. Примеры построения функций Грина; решение краевой задачи с помощью функций Грина. Фундаментальное решение оператора Лапласа; потенциалы; единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа; функция Грина задачи Дирихле; решение краевых задач для круга; решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре; единственность решения внешней задачи Дирихле;

		обобщенные решения краевых задач. Решение краевых задач для простейших областей методом разделения переменных. Задачи для неограниченной области.
5	Тема 5. Задача Штурма-Лиувилля.	Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению. Свойства собственных значений и собственных функций.
6	Тема 6. Метод Фурье для уравнений параболического и гиперболического типа.	Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности. Метод Фурье для уравнения колебаний струны. Общая схема метода Фурье. Смешанная задача для уравнения теплопроводности. Смешанная задача для уравнения колебаний струны.
7	Тема 7. Обобщенные функции.	Обобщенные производные по Соболеву. Пространства Соболева. Понятие о теоремах вложения. Основные и обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Дельта-функция Дирака.
8	Тема 8. Вариационный метод для решения задач для уравнений эллиптического типа.	Энергетическое пространство положительно определенного оператора. Обобщенные решения уравнений. Положительная определенность оператора задачи Дирихле. Вариационные свойства собственных значений. Минимаксимальный принцип Куранта. Теорема о дискретности спектра.

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

**Рекомендуемая тематика учебных занятий лекционного типа**  
(предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

№ п/п	Наименование темы	Содержание темы
1	Тема 1. Классификация уравнений математической физики. Приведение уравнений к каноническому виду. Постановка краевых задач для уравнений математической физики	Приведение уравнений к каноническому виду. Постановка краевых задач для уравнений математической физики. Вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа; постановка краевых задач, их физическая интерпретация. Классификация краевых задач. Теорема Коши-Ковалевской. Понятие характеристического направления. Характеристики; приведение к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка. Понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных краевых задач. Пример Адамара.
2	Тема 2. Задача Коши для волнового	Волновое уравнение. Энергетические неравенства. Единственность решения задачи Коши и смешанной задачи. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Метод

	уравнения.	отражений. Полубесконечная и конечная струна. Вывод формул Кирхгофа и Пуассона, исследование этих формул; передний и задний фронты волны.
3	Тема 3. Задача Коши для уравнения теплопроводности.	Уравнение теплопроводности; принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши; построение решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
4	Тема 4 Гармонические функции. Уравнения Лапласа и Пуассона.	Свойства гармонических функций. Принцип максимума. Стирание особенностей гармонической функции. Последовательности гармонических функций. Поведение гармонической функции на бесконечности. Уравнения Лапласа и Пуассона. Формулы Грина. Примеры построения функций Грина; решение краевой задачи с помощью функций Грина. Фундаментальное решение оператора Лапласа; потенциалы; единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа; функция Грина задачи Дирихле; решение краевых задач для круга; решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре; единственность решения внешней задачи Дирихле; обобщенные решения краевых задач. Решение краевых задач для простейших областей методом разделения переменных. Задачи для неограниченной области.
5	Тема 5. Задача Штурма-Лиувилля.	Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению. Свойства собственных значений и собственных функций.
6	Тема 6. Метод Фурье для уравнений параболического и гиперболического типа.	Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности. Метод Фурье для уравнения колебаний струны. Общая схема метода Фурье. Смешанная задача для уравнения теплопроводности. Смешанная задача для уравнения колебаний струны.
7	Тема 7. Обобщенные функции.	Обобщенные производные по Соболеву. Пространства Соболева. Понятие о теоремах вложения. Основные и обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Дельта-функция Дирака.
8	Тема 8. Вариационный метод для решения задач для уравнений эллиптического типа.	Энергетическое пространство положительно определенного оператора. Обобщенные решения уравнений. Положительная определенность оператора задачи Дирихле. Вариационные свойства собственных значений. Минимаксимальный принцип Куранта. Теорема о дискретности спектра.

**Рекомендуемая тематика *практических* занятий:**

№ п/п	Наименование темы	Содержание темы
1	Тема 1. Классификация уравнений математической	Классификация уравнений математической физики. Приведение уравнений к каноническому

	физики. Приведение уравнений к каноническому виду. Постановка краевых задач для уравнений математической физики	виду. Постановка краевых задач для уравнений математической физики
2	Тема 2.. Задача Коши для волнового уравнения.	Методы решения задачи Коши для волнового уравнения. Изучение свойств решений задачи Коши для волнового уравнения
3	Тема 3. Задача Коши для уравнения теплопроводности	Методы решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Изучение свойств решений задачи Коши для уравнения теплопроводности
4	Тема 4 Гармонические функции. Уравнения Лапласа и Пуассона.	Метод разделения переменных для решения краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона в простейших областях. Методы построения функции Грина
5	Тема 5. Задача Штурма-Лиувилля.	Функция Грина задачи Штурма-Лиувилля. Методы построения функции Грина задачи Штурма-Лиувилля.
6	Тема 6. Метод Фурье для уравнений параболического и гиперболического типа.	Рассмотрение метода Фурье в трех важнейших случаях: 1.Однородное уравнение и однородные граничные условия; 2.Неоднородное уравнение и однородные граничные условия; 3. Неоднородные граничные условия.
7	Тема 7. Обобщенные функции.	Дельта-функция Дирака и ее свойства. Действия над обобщенными функциями. Фундаментальные решения дифференциальных операторов.
8	Тема 8. Вариационный метод для решения задач для уравнений эллиптического типа.	Пространства Соболева и их применения в теории уравнений в частных производных. Обобщенные решения краевых задач. Вариационные принципы.

На практических занятиях решаются задачи по теме занятия.

### **Требования к самостоятельной работе обучающихся**

1. Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.
2. Выполнение домашнего задания, предусматривающего решение задач, выполнение упражнений, выдаваемых на практических занятиях, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.

Руководствуясь положениями статьи 47 и статьи 48 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» научно-педагогические работники и иные лица, привлекаемые университетом к реализации данной образовательной программы, пользуются предоставленными академическими



правами и свободами в части свободы преподавания, свободы от вмешательства в профессиональную деятельность; свободы выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания; права на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ и методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы и отдельной дисциплины.

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане).

Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

## **7. Методические рекомендации по видам занятий**

Лекционные занятия.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Практические и семинарские занятия.

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения, контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

Самостоятельная работа.

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретных ситуаций из практики, подготовке индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

## 8. Фонд оценочных средств

### 8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или её части)	Оценочные средства по этапам формирования компетенций
		текущий контроль по дисциплине
Тема 1. Классификация уравнений математической физики. Приведение уравнений к каноническому виду. Постановка краевых задач для уравнений математической физики	ОПК-1 ОПК-3	письменно
Тема 2. Задача Коши для волнового уравнения.	ОПК-1 ОПК-3	письменно
Тема 3. Задача Коши для уравнения теплопроводности.	ОПК-1 ОПК-3	письменно
Тема 4 Гармонические функции. Уравнения Лапласа и Пуассона.	ОПК-1 ОПК-3	письменно
Тема 5. Задача Штурма-Лиувилля.	ОПК-1 ОПК-3	письменно
Тема 6. Метод Фурье для уравнений параболического и гиперболического типа.	ОПК-1 ОПК-3	письменно
Тема 7. Обобщенные функции.	ОПК-1 ОПК-3	письменно
Тема 8. Вариационный метод для решения задач для	ОПК-1	письменно

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или её части)	Оценочные средства по этапам формирования компетенций
		текущий контроль по дисциплине
уравнений эллиптического типа.	ОПК-3	

## 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности процессе текущего контроля

### Примеры тестовых заданий:

Тема 1. Классификация уравнений математической физики. Приведение уравнений к каноническому виду. Постановка краевых задач для уравнений математической физики

	Вопрос теста	Варианты ответов				
Оценка «удовлетворительно» (зачтено) или низкой уровень освоения компетенции	При $\Delta > 0$ уравнение является:	<table border="1"> <tr><td>параболическим</td></tr> <tr><td>гиперболическим</td></tr> <tr><td>эллиптическим</td></tr> </table>	параболическим	гиперболическим	эллиптическим	
параболическим						
гиперболическим						
эллиптическим						
Оценка «хорошо» (зачтено) или повышенный уровень освоения компетенции	В качестве новых переменных, не изменяющих тип уравнения можно взять:	<table border="1"> <tr><td><math>\xi = x - 2y, \eta = 2x + y;</math></td></tr> <tr><td><math>\xi = 2x - 4y, \eta = 3x - 6y;</math></td></tr> <tr><td><math>\xi = 2x + y, \eta = 4x + 2y;</math></td></tr> <tr><td><math>\xi = 3x - 6y, \eta = x - 2y;</math></td></tr> </table>	$\xi = x - 2y, \eta = 2x + y;$	$\xi = 2x - 4y, \eta = 3x - 6y;$	$\xi = 2x + y, \eta = 4x + 2y;$	$\xi = 3x - 6y, \eta = x - 2y;$
$\xi = x - 2y, \eta = 2x + y;$						
$\xi = 2x - 4y, \eta = 3x - 6y;$						
$\xi = 2x + y, \eta = 4x + 2y;$						
$\xi = 3x - 6y, \eta = x - 2y;$						
Оценка «отлично» (зачтено) или высокий уровень освоения компетенции	Какое преобразование приведет уравнение $x^2 U_{xx} - 2xy U_{xy} + y^2 U_{yy} + U_x = 0$ каноническому виду	<table border="1"> <tr><td><math>\xi = 3x - 4y, \eta = 3x - 2y;</math></td></tr> <tr><td><math>\xi = 4x - 2y, \eta = 2x + 3y;</math></td></tr> <tr><td><math>\xi = xy, \eta = x</math></td></tr> <tr><td><math>\xi = 3x - 2y, \eta = x - 2y;</math></td></tr> </table>	$\xi = 3x - 4y, \eta = 3x - 2y;$	$\xi = 4x - 2y, \eta = 2x + 3y;$	$\xi = xy, \eta = x$	$\xi = 3x - 2y, \eta = x - 2y;$
$\xi = 3x - 4y, \eta = 3x - 2y;$						
$\xi = 4x - 2y, \eta = 2x + 3y;$						
$\xi = xy, \eta = x$						
$\xi = 3x - 2y, \eta = x - 2y;$						

Тема 2. Задача Коши для волнового уравнения.

	Вопрос теста	Варианты ответов
Оценка «удовлетворительно» (зачтено) или низкой уровень освоения компетенции	Уравнение вида $U_{tt} = a^2 U_{xx} + g(x, t)$ является ... уравнением	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Уравнением теплопроводности</li> <li>2. Уравнением волновым</li> <li>3. Уравнением Пуассона</li> </ol>

Оценка «хорошо» (зачтено) или повышенный уровень освоения компетенции	Какое из перечисленных граничных условий задает свободное закрепление концов струны	$U(0,t)=0,$ $U_x(1,t)+hU(1,t)=0$
		$U_x(0,t)=0, U(1,t)=0$
		$U(0,t)=0, U(1,t)=0$
		$U_x(0,t)=0, U_x(1,t)=0$
Оценка «отлично» (зачтено) или высокий уровень освоения компетенции	Решение классической задачи Коши волнового уравнения $U_{tt} = U_{xx} + 6,$ $U_t(x,0) = 4x,$ $U(x,0) = x^2,$ имеет вид	$U(x,t) = 2(x-2t) - (x + 2t)$
		$U(x,t) = (x + 2t)^2$
		$U(x,t) = (x + 2t)$
		$U(x,t) = 2(x-2t) + (x + 2t)$

### Тема 3. Задача Коши для уравнения теплопроводности

	Вопрос теста	Варианты ответов
Оценка «удовлетворительно» (зачтено) или низкий уровень освоения компетенции	Какое из названий подходит для уравнения $U_t - a^2 U_{xx} = f(x,t)$	Волновое уравнение
		Уравнение теплопроводности
		Уравнение Пуассона
		Уравнение Лапласа
Оценка «хорошо» (зачтено) или повышенный уровень освоения компетенции	Решение классической задачи теплопроводности $U_t = U_{xx} + t + \exp t,$ $U(x,0) = 2,$ имеет вид	$U(x,t) = 1 + \exp t + t^2/2$
		$U(x,t) = (\sin t + 2t)^2$
		$U(x,t) = (5 + 2t)$
		$U(x,t) = 2 - 2t + 3t^2$
Оценка «отлично» (зачтено) или высокий уровень освоения компетенции	Решение классической задачи теплопроводности $U_t = U_{xx} + 3t^2,$ $U(x,0) = \sin x,$ имеет вид	$U(x,t) = 1 + \exp t + t^2/2$
		$U(x,t) = t^3 + \exp(-t) \sin(x)$
		$U(x,t) = 5 + \cos(t)$
		$U(x,t) = 2 - 2t + \cos x$

### Тема 4. Гармонические функции. Уравнения Лапласа и Пуассона.

	Вопрос теста	Варианты ответов
Оценка «удовлетворительно» (зачтено) или низкий уровень освоения компетенции	Уравнение вида $\Delta u = 0$ носит имя	1. Лапласа
		2. Пуассона
		3. Гельмгольца
Оценка «хорошо» (зачтено) или повышенный уровень освоения компетенции	Установите соответствие	$\Delta u = 0$   Волновое
		$U_t - a^2 U_{xx} = f(x,t)$   теплопроводности
		$U_{tt} + a^2 U_x$   Лапласа

		=f(x,t )		
Оценка «отлично» (зачтено) или высокий уровень освоения компетенции	Уравнение Лапласа в полярной системе имеет вид	$(T_{pp})^2 - (T_{\phi\phi})^2 = 0$		
		$T_{pp} + T_p/\rho + T_{\phi\phi}/\rho^2 = 0$		
		$T_{pp} + T_p/\rho - T_{\phi\phi}/\rho^2 = 0$		
		$(T_{pp})^2 + (T_{\phi\phi})^2 = 0$		

### Типовые контрольные задания:

1. Привести к каноническому виду:

$$4u_{xx} + 4u_{xy} + u_{yy} + 2u_{zt} - u_x = 1$$

2. Найти решение  $z = z(x, y)$  уравнения  $z''_{xy} = 0$ , удовлетворяющее условиям:  $z(x, 0) = \sin x$ ,  $\{z'_y(x, 0) = \cos x$ .

1. Привести к каноническому виду:

$$xu_{xx} + 2y^3u_{yy} + u_x = 0$$

2. Найти решение  $z = z(x, y)$  уравнения  $z''_{xy} = x + y$ , удовлетворяющее условиям:  $z(x, 0) = x$ ,  $z(0, y) = y^2$ .

Решить задачу Коши для волнового уравнения

$$1. u_{tt} = \Delta u + txy; \quad u|_{t=0} = \sin x \sin 2y, \quad u_t|_{t=0} = \sin 2x \sin y.$$

$$u_{tt} = \Delta u + \sin t \sin x \sin y; \quad u|_{t=0} = x^2 y, \quad u_t|_{t=0} = xy^2.$$

Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности.

$$1. 4u_t = \Delta u + t \sin x \cos y; \quad u|_{t=0} = e^{-(x^2+y^2)}.$$

$$u_t = 4\Delta u + t^2; \quad u|_{t=0} = \sin(3xy).$$

### 8.3. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации по дисциплине

#### Вопросы для промежуточного контроля (зачета)

1. Основные уравнения математической физики. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка.
2. Теорема об устранимой особенности. Теорема Лиувилля.
3. Канонический вид линейных дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка. Характеристики.
4. Метод спуска. Формула Пуассона.
5. Передний и задний фронт волны. Свойства решений волнового уравнения.
6. Аналитичность гармонических функций.
7. Задача Коши для уравнения теплопроводности.
8. Обобщенные функции.
9. Приведение уравнений к каноническому виду в случае 2-х независимых переменных.
10. Положительная определенность оператора задачи Дирихле.
11. Обоснование формулы Пуассона.
12. Формула Кирхгофа. Запаздывающий потенциал.
13. Постановки краевых задач. Корректность по Адамару.
14. Последовательности гармонических функций.
15. Задача Коши для неоднородного уравнения теплопроводности.

16. Устойчивость задачи Коши.
17. Функция Грина задачи Дирихле.
18. Задача Коши для уравнения колебаний струны.
19. Собственные функции и собственные значения задачи Штурма-Лиувилля.
20. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

### Вопросы для промежуточного контроля (экзамена)

- Гармонические функции в неограниченных областях.
- Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
- Методы построения функции Грина.
- Устойчивость задачи Коши для уравнения колебаний струны.
- Обобщенное решение задачи Коши.
- Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности.
- Интегральное представление для гармонических функций.
- Смешанная задача для уравнения колебаний струны.
- Краевые задачи для полуограниченной струны.
- Теоремы единственности для решения краевых задач.
- Основные свойства гармонических функций.
- Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны.
- Формулы Грина для оператора Лапласа.
- Смешанная задача для уравнения теплопроводности.
- Задача Дирихле для круга.
- Функция Грина задачи Штурма-Лиувилля.
- Метод сферических средних.
- Пространства Соболева.
- Обоснование формулы Пуассона (для круга).
- Функционал энергии. Обобщенное решение уравнения  $\Delta u = f$ .
- Решение задачи Дирихле для шара.
- Энергетическое пространство

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня (этапы формирования компетенции, критерии оценки сформированности)	Пятибалльная шкала (академическая) оценка	Двухбалльная шкала, зачет	БРС, % освоения (рейтинговая оценка)
Повышенный	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень. Умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического и прикладного характера</i>	отлично	зачтено	86-100

		на основе изученных методов, приемов, технологий			
Базовый	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу с большей степени самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения	хорошо		71-85
Удовлетворительный (достаточный)	Репродуктивная деятельность	Изложение в пределах задач курса теоретически и практически контролируемого материала	удовлетворительно		55-70
Недостаточный	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня		неудовлетворительно	не зачтено	Менее 55

## 9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

### Основная литература

1. **Владимиров, В. С. Уравнения математической физики** : учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - 2-е изд., стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-0310-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/169279> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
2. **Лесин, В. В. Уравнения математической физики** : учебное пособие / В. В. Лесин. - Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2020. - 240 с. - ISBN 978-5-906818-61-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/961832> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
3. **Ильин, А. М. Уравнения математической физики** : учеб. пособие / А. М. Ильин. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 192 с. - ISBN 978-5-9221-1036-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544745> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

## Дополнительная литература

1. Буздин, А. А. **Дифференциальные уравнения в частных производных: практикум**/ А. А. Буздин, В. Г. Токар; Калинингр. гос. ун-т. - Калининград, 1999. - 99 с. - Библиогр.: с. 99 (19 назв.). - ISBN 5-88874-124-8: 11.50 р.

Имеются экземпляры в отделах: всего 72: УБ(69), ИБО(1), ч.з.Н3(2)

2. Латышев, К. С. **Уравнения математической физики и математическое моделирование: учеб.-практ. пособие**/ К. С. Латышев, В. И. Зенкин; Калинингр. гос. ун-т. - Калининград, 2003. - 156 с. - Библиогр.: с. 153. - ISBN 5-88874-442-9: 20.24 р.

Имеются экземпляры в отделах: всего 49: УБ(46), ИБО(1), ч.з.Н3(2)

3. **Сборник задач по уравнениям математической физики: Для студ. физико-мат. и инженерно-физич. спец. вузов/ под ред. В. С. Владимирова. - 3-е изд., испр. и доп.. - М.: Физматлит, 2001. - 287 с. - Библиогр.: с. 287. - ISBN 5-9221-0072-6: 90.00 р.** Имеются экземпляры в отделах: всего 48: УБ(46), ч.з.Н3(2)

### **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладов конференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента
- ПРОСПЕКТ ЭБС
- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН
- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

- Программное обеспечение обучения включает в себя:
  - система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;
  - серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;
  - корпоративная платформа;
  - установленное на рабочих местах обучающихся ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security.
  - специализированное ПО не требуется.



## 12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости) используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

### 4.5. Программа дисциплины «Численные методы»

#### 1. Наименование дисциплины: «Численные методы».

**Целью** изучения дисциплины «Численные методы» является приобретение студентами-бакалаврами теоретических знаний о методах вычислительной математики и формирование практических навыков применения этих методов для задач математического моделирования с использованием современного программного обеспечения.

#### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и содержание компетенции.	Результаты освоения образовательной программы (ИДК)	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-2. Способен применять компьютерные/суперкомпьютерные методы, современное	ОПК-2.1. Выбирает компьютерные/суперкомпьютерные методы для решения задач профессиональной	<b>знать:</b> методы системного подхода для решения поставленных задач с помощью информационно-коммуникационных технологии <b>уметь:</b> осуществлять поиск,

программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности	деятельности; ОПК-2.2. Использует современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности	критический анализ и синтез информации, решать стандартные задачи профессиональной деятельности <b>владеть:</b> методами построения численных моделей для заданных математических моделей.
ОПК-3. Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	ОПК-3.1 – Разрабатывает алгоритмические и программные решения в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей ОПК-3.2 – Создает информационные ресурсы глобальных сетей, образовательный контент, прикладные базы данных ОПК-3.3. Применяет тесты и средства тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	<b>знать:</b> - основные численные методы интерполяции, дифференцирования, интегрирования; - основные приближенные методы решения дифференциальных уравнений; - методы вычислительной алгебры; <b>уметь:</b> применять численные методы к задачам математического моделирования. <b>владеть:</b> - методами построения численных моделей для заданных математических моделей - методами применения в профессиональной деятельности знаний математических основ информатики

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Численные методы» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.14) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы

студента и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством электронной информационно-образовательной среды университета с использованием ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий

## 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане). Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе со студентами очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается студентами в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам студентов по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

№	Наименование раздела	Содержание раздела
1	Приближенные вычисления. Погрешности. Сходимость. Устойчивость	Приближенные числа. Погрешности вычислений. Источники погрешностей. Устойчивость. Корректность. Понятие сходимости.
2	Решение нелинейных уравнений	Метод деления отрезка пополам. Метод Ньютона. Метод хорд. Метод простой итерации
3	Системы линейных уравнений	Метод Гаусса. Определитель и обратная матрица. Метод прогонки. Итерационные методы. Метод Зейделя. Задачи на собственные значения.
4	Приближенное вычисление интегралов	Метод прямоугольников. Метод трапеций. Метод Симпсона. Адаптивные алгоритмы. Метод Монте-Карло.
5	Численное интерполирование и дифференцирование	Линейная и квадратичная интерполяция. Сплайны. Многочлен Лагранжа. Многочлен Ньютона. Точность интерполяции. Метод наименьших квадратов. Аппроксимация производных. Погрешность численного

		дифференцирования. Метод неопределенных коэффициентов.
6	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Задача Коши. Одношаговые методы. Многошаговые методы. Метод Рунге-Кутты. Метод Адамса. Решение системы дифференциальных уравнений. Уравнение 2-го порядка.
7	Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка в частных производных.	Линейное уравнение переноса. Квазилинейное уравнение. Разрывные решения. Консервативные схемы. Системы уравнений. Характеристики.
8	Решение дифференциальных уравнений гиперболического типа.	Волновое уравнение. Явные и неявные схемы.
9	Решение дифференциальных уравнений параболического типа.	Уравнение теплопроводности. Явные и неявные схемы. Схемы расщепления.
10	Решение дифференциальных уравнений эллиптического типа.	Уравнение Лапласа. Задача Дирихле. Метод установления. Граничные условия сложной формы. Регулярные и нерегулярные узлы.

#### **6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Рекомендуемая тематика учебных занятий *лекционного* типа (предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

№	Наименование раздела	Темы лекций
1	Приближенные вычисления. Погрешности. Устойчивость Сходимость	Лекция 1. Приближенные числа. Погрешности вычислений. Источники погрешностей. Лекция 2. Устойчивость. Корректность. Понятие сходимости.
2	Решение нелинейных уравнений	Лекция 3. Метод деления отрезка пополам. Метод Ньютона. Метод хорд. Метод простой итерации
3	Системы линейных уравнений	Лекция 4. Метод Гаусса. Определитель и обратная матрица. Метод прогонки. Итерационные методы. Метод Зейделя. Лекция 5. Задачи на собственные значения.
4	Приближенное вычисление интегралов	Лекция 6. Метод прямоугольников. Метод трапеций. Метод Симпсона. Адаптивные алгоритмы. Метод Монте-Карло.
5	Численное интерполирование и дифференцирование	Лекция 7. Линейная и квадратичная интерполяция. Сплайны. Многочлен Лагранжа. Многочлен Ньютона. Точность интерполяции. Лекция 8. Метод наименьших квадратов. Лекция 9. Аппроксимация производных. Погрешность численного

		дифференцирования. Метод неопределенных коэффициентов.
6	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Лекция 10. Задача Коши. Одношаговые методы. Многошаговые методы. Метод Рунге-Кутты. Лекция 11. Метод Адамса. Решение системы дифференциальных уравнений. Уравнение 2-го порядка.
7	Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка в частных производных.	Лекция 12. Линейное уравнение переноса. Лекция 13. Квазилинейное уравнение. Разрывные решения. Консервативные схемы. Системы уравнений. Характеристики.
8	Решение дифференциальных уравнений гиперболического типа.	Лекция 13. Волновое уравнение. Явные и неявные схемы.
9	Решение дифференциальных уравнений параболического типа.	Лекция 14. Уравнение теплопроводности. Явные и неявные схемы. Схемы расщепления.
10	Решение дифференциальных уравнений эллиптического типа.	Лекция 15. Уравнение Лапласа. Задача Дирихле. Метод установления. Граничные условия сложной формы. Регулярные и нерегулярные узлы.

Практические занятия не предусмотрены.

Перечень тем лабораторных работ

- Решение нелинейных уравнений
- Системы линейных уравнений
- Приближенное вычисление интегралов
- Численное интерполирование и дифференцирование
- Решение обыкновенных дифференциальных уравнений
- Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка в частных производных.
- Решение дифференциальных уравнений гиперболического типа.
- Решение дифференциальных уравнений параболического типа.
- Решение дифференциальных уравнений эллиптического типа.

Требования к самостоятельной работе студентов

1. Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.
2. Выполнение лабораторных работ, предусматривающих решение задач, по соответствующим темам из п. 6 настоящей рабочей программы.

Руководствуясь положениями статьи 47 и статьи 48 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» научно-педагогические работники и иные лица, привлекаемые университетом к реализации данной образовательной программы, пользуются предоставленными академическими

правами и свободами в части свободы преподавания, свободы от вмешательства в профессиональную деятельность; свободы выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания; права на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ и методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы и отдельной дисциплины.

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане).

Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе со студентами очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается студентами в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам студентов по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

## **7. Методические рекомендации по видам занятий**

Лекционные занятия.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Практические и семинарские занятия.

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения, контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

Самостоятельная работа.

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретным ситуациям из практики, подготовке

индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

## 8. Фонд оценочных средств

### 8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или её части)	Оценочные средства по этапам формирования компетенций
		текущий контроль по дисциплине
Приближенные вычисления. Погрешности. Устойчивость Сходимость	ОПК 2 ОПК 3	Защита лабораторных работ. Тест
Решение нелинейных уравнений	ОПК 2 ОПК 3	Защита лабораторных работ. Тест
Системы линейных уравнений	ОПК 2 ОПК 3	Защита лабораторных работ. Тест
Приближенное вычисление интегралов	ОПК 2 ОПК 3	Защита лабораторных работ. Тест
Численное интерполирование и дифференцирование	ОПК 2 ОПК 3	Защита лабораторных работ. Тест
Решение обыкновенных дифференциальных уравнений	ОПК 2 ОПК 3	Защита лабораторных работ. Тест
Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка в частных производных.	ОПК 2 ОПК 3	Защита лабораторных работ. Тест
Решение дифференциальных уравнений гиперболического типа.	ОПК 2 ОПК 3	Защита лабораторных работ. Тест
Решение дифференциальных уравнений параболического типа.	ОПК 2 ОПК 3	Защита лабораторных работ. Тест
Решение дифференциальных	ОПК 2	Защита лабораторных работ. Тест

уравнений эллиптического типа.	ОПК 3	
--------------------------------	-------	--

## 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности процессе текущего контроля

### Лабораторная работа № 1

#### Решение нелинейных уравнений

**Тема:** Приближенные методы решения нелинейных скалярных уравнений.

**Задание:** Исследование функции  $f(x)$  и решение уравнения  $f(x) = 0$ .

1. Нахождение промежутка, содержащего наименьший положительный корень уравнения  $f(x) = 0$  для которого выполняются достаточные условия сходимости одного из итерационных методов.
2. Получение приближенного всеми указанными методами (с точностью  $10^{-7}$ ).

**Первый этап** алгоритма может быть реализован следующим образом:

Задаются значения границ промежутка  $[a,b]$  и количество точек  $n$ .

Вычисляется таблица значений функции  $y = f(x)$  на промежутке  $[a,b]$  с шагом и строится график функции.

По виду графика (и по значениям функции в таблице) подбираются границы промежутка так, чтобы он содержал корень уравнения.

Для некоторых методов находим выражения для первой и второй производной функции  $f(x)$ .

Границы промежутка, содержащего корень, **в случае необходимости** корректируются так, чтобы на этом промежутке знаки первой и второй производной функции были постоянны.

**На втором этапе** должны быть использованы следующие итерационные методы.

*Метод Ньютона (метод касательных)*

*Метод хорд*

*Метод секущих*

*Конечноразностный метод Ньютона*

*Метод Стеффенсена*



## **Метод простых итераций**

Для оценки погрешности приближенного решения, полученного любым методом, может использоваться неравенство

### **Варианты индивидуальных заданий**

Вариант функции	f(x)	Вариант функции	f(x)
1		2	
3		4	
5		6	

## **Лабораторная работа № 2.**

### **Численное решение систем линейных алгебраических уравнений**

*Цель занятия:* изучение численных методов решения систем линейных алгебраических уравнений, практическое решение систем на ЭВМ.

*Задания к работе.*

1. Составить схемы алгоритмов решения систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса с выбором ведущего элемента и Зейделя.
2. Написать, отладить и выполнить программы решения систем линейных алгебраических уравнений, записанных в векторно-матричной форме и приведенных в таблице. В колонке  $x^*$  приведено точное решение. Решить систему методом Гаусса с выбором главного элемента и методом Зейделя.
3. Оценить погрешности методов.

### **Контрольные вопросы к теме**

1. Когда система линейных алгебраических уравнений имеет единственное решение?
2. Каковы недостатки решения системы уравнений по правилу Крамера?
3. Охарактеризуйте точные и приближенные численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
4. Опишите метод Гаусса с выбором главного элемента.
5. Почему метод простой итерации называется самоисправляющимся?
6. Дайте определение сходимости итерационного процесса.
7. Опишите метод Зейделя.

## **Лабораторная работа № 3.**

### **Приближенное вычисление интегралов**

*Цель занятия:*

изучение различных методов вычисления определенных интегралов, практическое интегрирование функций на ЭВМ.

*Задания к работе.*

1. Вычислить приближенно с заданной точностью интеграл по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона. Величину шага определить с помощью двойного пересчета.

2. Определить относительную погрешность вычислений каждого метода по формуле:  $\epsilon = \frac{|I - I_{\text{приб}}|}{|I|}$ , где  $I$  – точное значение интеграла;  $I_{\text{приб}}$  – приближенное.

3. Составить таблицу в которой указать значение интеграла, полученное с заданной точностью, величину последнего шага интегрирования, количество точек разбиения, относительную погрешность метода.

### **Метод прямоугольников**

Левых:

Правых

Погрешность абсолютная

Средних:

Погрешность

### **Метод трапеций**

Погрешность

### **Метод Симпсона**

Погрешность

Или менее точно

### **Контрольные вопросы к теме**

- 1. В чем состоит суть методов численного интегрирования функций?*
- 2. Охарактеризуйте метод трапеций.*
- 3. Охарактеризуйте метод Симпсона.*
- 4. Как оценить погрешность на основании остаточных членов формул?*
- 5. Сравнение формул численного интегрирования по точности.*

## **Лабораторная работа № 4**

### **Численное интерполирование и дифференцирование**

Пусть на отрезке  $[a; b]$  заданы точки  $x_0, x_1, \dots, x_n$  и значения функции  $y = f(x)$  в этих точках:  $y_0 = f(x_0), \dots, y_n = f(x_n)$ .

Интерполяционный многочлен Лагранжа:

.

Оценка погрешности формулы Лагранжа:

, где

Если надо вычислить не общее выражение  $L_n(x)$ , а лишь его значение на конкретном  $x$ , то используется интерполяционная схема Эйткена:

$$L_{i,i+1}(x) = \frac{1}{x_{i+1} - x_i} \begin{vmatrix} y_i & x_i - x \\ y_{i+1} & x_{i+1} - x \end{vmatrix},$$

$$L_{i,i+1,i+2}(x) = \frac{1}{x_{i+2} - x_{i+1}} \begin{vmatrix} L_{i,i+1} & x_i - x \\ L_{i+1,i+2} & x_{i+2} - x \end{vmatrix},$$

$$L_{i,i+1,i+2,i+3}(x) = \frac{1}{x_{i+3} - x_{i+2}} \begin{vmatrix} L_{i,i+1,i+2} & x_i - x \\ L_{i+1,i+2,i+3} & x_{i+3} - x \end{vmatrix} \text{ и т.д.}$$

### Задания первая часть

1) Функции  $y = f(x)$  задана таблицей. Составить по таблице интерполяционный многочлен Лагранжа. Вычислить значение функции в заданной точке  $x$  и значение производной в этой точке. Оценить погрешность полученного результата.

2) Функции  $y = f(x)$  задана таблицей (одинаковой для всех вариантов):

$x_k$	1, 00	1,08	1,20	1,27	1,31	1,38
$y_k$	1,17520	1,30254	1,50946	1,21730	1,22361	1,23470

Пользуясь интерполяционной схемой Эйткена найти  $f(x^*)$ , последовательно используя все значения из таблицы

### Вторая часть. Численное дифференцирование

Во второй части задания вычислить таблицу на отрезке  $[a,b]$  на равномерной сетке (5 узлов), и в этих узлах и в точке  $m$  найти значение первой производной функции по формулам 1-го и 2-го порядка точности и значение второй производной по формулам 2-го порядка точности. Оценить погрешность.

## Лабораторная № 5

**Цель работы:** усвоить сущность и методы решения *обыкновенных дифференциальных уравнений*. Овладеть технологией решения обыкновенного дифференциального уравнения.

Численное решение дифференциального уравнения предполагает получение числовой таблицы приближенных значений  $y_i$  искомой функции  $y$  для уравнения  $y = f(x, y)$  с заданной точностью для некоторых значений аргумента  $x_i$   $[a, b]$  при заданных значениях  $y$  на одной из границ.

Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений возможно методами:

**Метод Эйлера** первого порядка точности имеет вид.

$$\begin{aligned} \text{Пусть} \quad & y = f(x, y); \quad x_i \in [a, b] \text{ и } y(a) = y_0 \\ \text{Тогда} \quad & y_i = y_{i-1} + (x_i - x_{i-1}) f(x_{i-1}, y_{i-1}), \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \text{Точность метода на шаге } & O(h^2), \text{ на отрезке в целом } O(h) \end{aligned}$$

**Метод Эйлера с пересчетом** второго порядка точности имеет вид.

$$\begin{aligned} y_i^* &= y_{i-1} + (x_i - x_{i-1}) f(x_{i-1}, y_{i-1}) \\ y_i &= y_{i-1} + (x_i - x_{i-1}) (f(x_{i-1}, y_{i-1}) + f(x_i, y_i^*)) / 2 \end{aligned}$$

**Метод Рунге-Кутты** четвертого порядка имеет вид.

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_k, y_k), \\ k_2 &= hf(x_k + h/2, y_k + k_1/2), \\ k_3 &= hf(x_k + h/2, y_k + k_2/2), \\ k_4 &= hf(x_k + h, y_k + k_3), \\ y_{k+1} &= y_k + 1/6(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad y_{k+1} = y_k + y_k, \quad x_{k+1} = x_k + h. \end{aligned}$$

**Методы Адамса** третьего и четвертого порядков имеют вид

$$\begin{aligned} y_{i+1} &= y_i + h (23y'_i - 16y'_{i-1} - 5y'_{i-2}) / 12; \\ y_{i+1} &= y_i + h (55y'_i - 59y'_{i-1} + 37y'_{i-2} - 9y'_{i-3}) / 24. \end{aligned}$$

Для получения неизвестных значений на первом шаге используются одношаговые методы.

Погрешность решения, найденного этими методами, оценивается величиной  $O(h^m)$ , где  $m$  - порядок метода.

Таким образом, метод Рунге-Кутта 4-го порядка и метод Адамса четвертого порядка имеют одинаковую оценку погрешности, но метод Адамса требует примерно вчетверо меньшего объема вычислений.

**Решение уравнений высших порядков**

$$y = f(x, y) \text{ и при этом } y(a) = y_0 \text{ и } y'(a) = y_0$$

Для решения введем функцию  $g(x,y)$ , равную  $u(x,y)$ , тогда исходное уравнение можно представить в виде системы.

$$g = f(x,y)$$

$$y = g(x,y)$$

и их решение сводится к уже рассмотренным методам.

### **Задание.**

Решить уравнение 1 методом Эйлера 2-го порядка и методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Решить уравнение 2 методами Адамса 3-го порядка и 4-го порядка. Погрешность контролировать методом двойного пересчета.

## **Лабораторная № 6**

**Цель работы:** усвоить сущность и методы решения *линейного дифференциального уравнения 1-го порядка в частных производных*.

Численное решение дифференциального уравнения в частных производных предполагает получение двумерной числовой таблицы приближенных значений  $U_{ij}$  искомой функции  $U(t,x)$  с заданной точностью для некоторых значений аргументов

$$x_j [a, b], t_i [c, d]$$

Численное решение таких дифференциальных уравнений возможно методами конечных разностей.

Погрешность решения, найденного этими методами, оценивается величиной  $O(p, h^q)$ , где  $p, q$  - порядок метода.

### **Задание.**

Решить уравнение переноса

методами 1-го и 2-го порядка точности.

## **Лабораторная № 7**

**Цель работы:** усвоить сущность и методы решения *линейного дифференциального уравнения 2-го порядка гиперболического типа*.

Численное решение дифференциального уравнения в частных производных предполагает получение двумерной числовой таблицы приближенных значений  $U_{ij}$  искомой функции  $U(t,x)$  с заданной точностью для некоторых значений аргументов

$$x_j [a, b], t_i [c, d]$$

Численное решение таких дифференциальных уравнений возможно методами конечных разностей.

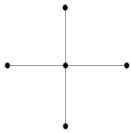
Погрешность решения, найденного этими методами, оценивается величиной  $O(p, h^q)$ , где  $p, q$  - порядок метода.

### **Задание.**

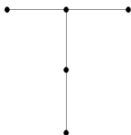
Решить волновое уравнение

явным методом и неявным методом второго порядка точности

Шаблон для явного метода:



Шаблон для неявного метода:



Вывести результаты в виде графиков  $U(x)$  для разных значений  $t$  от 1 до 10 с шагом 1

### Лабораторная № 8

**Цель работы:** усвоить сущность и методы решения *линейного дифференциального уравнения 2-го порядка параболического типа*.

Численное решение дифференциального уравнения в частных производных предполагает получение двумерной числовой таблицы приближенных значений  $U_{ij}$  искомой функции  $U(t,x)$  с заданной точностью для некоторых значений аргументов

$$x_j \in [a, b], t_i \in [c, d]$$

Численное решение таких дифференциальных уравнений возможно методами конечных разностей.

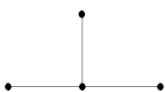
Погрешность решения, найденного этими методами, оценивается величиной  $O(h^p, h^q)$ , где  $p, q$  - порядок метода.

**Задание.**

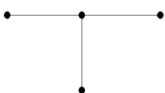
Решить параболическое уравнение

явным методом и неявным методом.

Шаблон для явного метода:



Шаблон для неявного метода:



Вывести результаты в виде графиков  $U(x)$  для разных значений  $t$  от 1 до 10 с шагом 1

### Лабораторная № 9

**Цель работы:**

усвоить методы решения *линейного дифференциального уравнения 2-го порядка эллиптического типа*.

Численное решение дифференциального уравнения в частных производных предполагает получение двумерной числовой таблицы приближенных значений  $U_{ij}$  искомой функции  $U(x,y)$  с заданной точностью для некоторых значений аргументов

$$x_i \in [a, b], y_j \in [c, d]$$

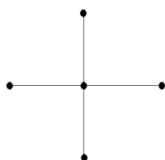
**Задание.**

Решить эллиптическое уравнение

методом 2-го порядка точности.

Сетки по  $x$  и по  $y$  взять равномерные.

Шаблон для разностной схемы:



Для решения разностных уравнений применить:

А) метод простой итерации

Б) метод Зейделя

Оценивать погрешность итераций с помощью сравнения двух последовательных приближений.

Взять сетки размерами 55 ячеек и 1010 ячеек и сравнить полученные решения.

### 8.3. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации по дисциплине

1. Источники и классификация погрешностей.
2. Абсолютная и относительная погрешности вычислений.
3. Погрешности арифметических операций и вычисления функций.
4. Определение допустимой погрешности аргументов по допустимой погрешности функции.
5. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
6. Итерационные методы (каноническая форма, теорема сходимости).
7. Метод простых итераций, метод Зейделя, метод релаксации.
8. Теорема сходимости одношаговых стационарных методов и ее применение.
9. Схема Гаусса с выбором главного элемента.
10. Решение системы линейных алгебраических уравнений специального вида методом прогонки.
11. Методы решения алгебраических уравнений: дихотомии, хорд, касательных.
12. Вариационно-итерационные методы.
13. Теорема о минимуме функции.
14. Метод минимальных невязок.
15. Метод градиентного спуска.
16. Решение систем нелинейных уравнений.
17. Метод последовательных приближений.
18. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения.
19. Алгебраическая проблема собственных значений (Степенной метод, метод вращений).
20. Задача интерполяции.

21. Многочлен Лагранжа. Остаточный член. Минимизация остаточного члена.
22. Интерполяционная формула Ньютона с разделенными разностями.
23. Сходимость интерполяционных многочленов.
24. Обратное интерполирование.
25. Численное дифференцирование.
26. Сплайн-интерполяция.
27. Линейный интерполяционный сплайн.
28. Кубический интерполяционный сплайн.
29. Метод наименьших квадратов.
30. Среднеквадратичные приближения.
31. Наилучшие приближения в нормированных пространствах.
32. Простейшие квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Формула трапеций.
33. Формула Симпсона.
34. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
35. Квадратурные формулы Гаусса.
36. Правило Рунге практической оценки погрешности.
37. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
38. Методы Рунге-Кутты.
39. Явные схемы Адамса. Неявные схемы Адамса.
40. Аппроксимация и сходимость.
41. Устойчивость задачи и разностной схемы.
42. Метод конечных разностей.
43. Физическая и математическая классификация уравнений с частными производными.
44. Консервативная конечно-разностная схема.
45. Погрешность аппроксимации, сходимость решения.
46. Теорема Лакса.
47. Разностные схемы для волнового уравнения.
48. Уравнение переноса первого порядка.
49. Разностные схемы для уравнения теплопроводности.
50. Разностные схемы для уравнения Пуассона.
51. Сходимость разностной схемы для уравнения Пуассона.
52. Метод стрельбы для краевой задачи с ОДУ 2-го порядка.
53. Разностные схемы для краевой задачи с ОДУ 2-го порядка.

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня (этапы формирования компетенции, критерии оценки сформированности)	Пятибалльная шкала (академическая) оценка	Двухбалльная шкала, зачет	БРС, % освоения (рейтинговая оценка)
Повышенный	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень. Умение самостоятельно принимать решение,</i>	отлично	зачтено	86-100



		решать проблему/задачу теоретического и прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий			
Базовый	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессионал ьной деятельности, нежели по образцу с большой степени самостоятель ности и инициативы	<i>Включает</i> <i>нижестоящий уровень.</i> Способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения	хорошо		71-85
Удовлетвори тельный (достаточны й)	Репродуктивн ая деятельность	Изложение в пределах задач курса теоретически и практически контролируемого материала	удовлетвор ительно		55-70
Недостаточн ый	Отсутствие удовлетворительного уровня	признаков	неудовлетв орительно	не зачтено	Менее 55

## 9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

### Основная литература

- Гулин, А. В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие / А.В. Гулин, О.С. Мажорова, В.А. Морозова. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 368 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-012876-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1852192> (дата обращения: 24.02.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум : учебное пособие / А. В. Пантелеев, И. А. Кудрявцева. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 512 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-018445-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2002583> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Повитухин, С. А. Введение в численные методы : учебно-методическое пособие / С. А. Повитухин, Е. В. Карманова. - 2-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2023. - 81 с. - ISBN 978-5-9765-3696-8. - Текст : электронный. - URL:

<https://znanium.com/catalog/product/2091326> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.

### **Дополнительная литература**

- Абакумов, М. В. Лекции по численным методам математической физики : учеб. пособие / М.В. Абакумов, А.В. Гулин. — М. : ИНФРА-М, 2018.— 158с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-006108-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/925774> (дата обращения: 24.02.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Рябенский, В. С. Введение в вычислительную математику [Электронный ресурс] / В. С. Рябенский. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 288 с. - (Физтехковский учебник). - ISBN 978-5-9221-0926-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544692> (дата обращения: 24.02.2023). – Режим доступа: по подписке.

### **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладов конференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента
- ПРОСПЕКТ ЭБС
- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН
- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

- Программное обеспечение обучения включает в себя:
- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;
- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;
- корпоративная платформа;
- установленное на рабочих местах студентов ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security.

## 12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости) используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

### 5. Программа практики

«Не предусмотрена».

### 6. Программа итоговой аттестации по модулю

Определение результатов освоения модуля на основе вычисления оценки по каждому элементу модуля.

Оценка по модулю рассчитывается по формуле:

$$R_j^{\text{мод}} = \frac{k_1 R_1 + k_2 R_2 + k_3 R_3 + \dots + k_n R_n + k_{\text{пр}} R_{\text{пр}} + R_{\text{кур}}}{k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_{\text{пр}}}$$

Где:

$R_j^{\text{мод}}$  – оценка по модулю

$k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$  – зачетные единицы дисциплин, входящих в модуль

$k_{\text{пр}}$  – зачетные единицы по практике

$R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$  – оценки по дисциплинам модуля

$R_{\text{пр}}$  – оценка по практике

$R_{\text{кур}}$  – оценка по курсовой работе

В случае, если по дисциплине предусмотрен зачет без оценки, то за оценку по дисциплине принимается «5».

В случае, если по модулю применяется балльно-рейтинговая система, то

$R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$  – рейтинговые баллы студента по дисциплинам модуля

$R_{\text{пр}}$  – рейтинговые баллы студента по практике

$R_{\text{кур}}$  – рейтинговые баллы студента по курсовой работе