



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта»
(БФУ им. И. Канта)

Программа вступительного испытания
по общеобразовательной дисциплине
**«МАТЕМАТИКА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО
АНАЛИЗА»**

Калининград
2026

ПРЕДИСЛОВИЕ

При поступлении абитуриенту необходима серьезная подготовка по математике, в связи с чем мы надеемся, что настоящее пособие будет полезно поступающим.

В первом разделе пособия перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий на письменном экзамене.

Второй раздел представляет собой перечень вопросов экзамена. При подготовке к письменному экзамену целесообразно познакомиться с формулировками утверждений из этого раздела.

В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на экзамене по математике. Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств курса, включая начала анализа. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающим, но при условии, что он способен пояснить и обосновать их.

В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные вопросы второго раздела могут в некоторых учебниках звучать иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вообще отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти вопросы.

Начиная с 2016 года, собственные вступительные испытания по математике в БФУ им. И. Канта проводятся в виде тестов. В тестовом задании 12 задач, которые надо решить за 2 часа и ввести с клавиатуры компьютера ответ. Предусмотрено 2 вида тестовых заданий: выбор варианта ответа или короткий ответ (нужно ввести число, как правило, целое).

В четвертом разделе приведен пример выполнения тестового задания.

1. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Понятие делимости, делителя и кратного. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное совокупности чисел. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10.

2. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q) и арифметические действия над ними. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей. Интерпретация действительных чисел точками на прямой. Модуль действительного числа, его свойства и геометрический смысл.

3. Степень с натуральным, целым отрицательным и рациональным показателем. Арифметический корень. Числовые и буквенные выражения. Формулы сокращенного умножения.

4. Логарифмы и их свойства.

5. Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корни многочлена на примере квадратного трехчлена.

6. Понятие функции. Способы задания функции, ее область определения и множество значений. График функции. Возрастание, убывание, периодичность, четность и нечетность.

7. Определение производной. Ее физический и геометрический смыслы.

8. Производные основных элементарных функций. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного двух функций.

9. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

10. Определение и основные свойства линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$ ($n \in N$, $n = -1$, $n = \frac{1}{2}$), показательной $y = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$), логарифмической и тригонометрических $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ функций. Понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса.

11. Уравнения, корни уравнения. Равносильность уравнений.

12. Неравенства. Решение неравенств. Равносильность неравенств.

13. Системы уравнений. Системы и совокупности неравенств. Решение системы и совокупности неравенств.

14. Метод математической индукции.

15. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Их характеристические свойства. Формулы n -х членов и сумм n первых членов прогрессий. Бесконечная убывающая геометрическая прогрессия.

16. Геометрические и тригонометрические определения $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$.

Геометрия

17. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые.

18. Примеры преобразований фигур, виды симметрий. Преобразование подобия и его свойства.

19. Векторы. Операции над векторами. Прямоугольные декартовы координатные системы на плоскости и в пространстве. Операции над векторами в координатных системах.

20. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

21. Треугольник. Медиана, биссектриса и высота в треугольнике. Виды треугольников.

22. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

23. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности, сектор и сегмент круга. Вписанные и описанные фигуры.

24. Центральный угол, вписанный угол; угол, образованный касательной к окружности и хордой, двумя хордами, двумя секущими.

25. Формулы площадей: треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции, круга, сектора и сегмента. Формула *Герона*. Формула длины окружности.

26. Расположение прямой и плоскости в пространстве. Двугранный угол.

27. Многогранник. Куб, параллелепипед, призма, пирамида.

28. Цилиндр, конус, сфера и шар.

29. Площади поверхностей многогранников. Объемы многогранников.

30. Площади поверхностей и объемы цилиндра, конуса и шара.

2. СОДЕРЖАНИЕ ЭКЗАМЕНА

Алгебра и начала анализа

1. Свойства числовых неравенств.
2. Свойства линейной функции $y=kx+b$ и ее график.
3. Свойства функции $y=\frac{k}{x}$ и ее график.
4. Свойства функции $y=ax^2+bx+c$ и ее график.
5. Формулы корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители. Теоремы *Виета* (прямая и обратная).
6. Определение арифметической прогрессии, формула общего члена арифметической прогрессии. Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии.
7. Определение геометрической прогрессии, формула общего члена геометрической прогрессии. Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии.
8. Основное логарифмическое тождество, логарифм произведения, степени, частного. Формулы перехода к новому основанию.
9. Свойства логарифмической функции и ее график.
10. Свойства показательной функции и ее график.
11. Формулы приведения.
12. Свойства и графики функций $y=\sin x$ и $y=\cos x$.
13. Свойства и графики функций $y=\operatorname{tg} x$ и $y=\operatorname{ctg} x$.
14. Основные соотношения, связывающие тригонометрические функции одного аргумента.
15. Формулы $\cos(\alpha\pm\beta)$ и $\sin(\alpha\pm\beta)$.
16. Формулы $\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)$ и $\operatorname{ctg}(\alpha\pm\beta)$.
17. Тригонометрические функции двойного аргумента.
18. Формулы преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведения.
19. Формулы преобразования произведений $\cos\alpha\cdot\cos\beta$, $\sin\alpha\cdot\sin\beta$, $\sin\alpha\cdot\cos\beta$ в суммы.
20. Формулы, выражающие $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ и $\operatorname{tg}\alpha$ через $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$.
21. Решение уравнений вида $\sin x=a$, $\cos x=a$, ($|a|\leq 1$). Определения арксинуса и арккосинуса.
22. Решение уравнений вида $\operatorname{tg} x=a$, $\operatorname{ctg} x=a$. Определения арктангенса и арккотангенса.
23. Решение заданий с параметрами.
24. Решение прикладных задач.
25. Решение текстовых задач.
26. Решение задач на вероятность.
27. Решение тригонометрических уравнений.

28. Решение финансовых задач.

Геометрия

29. Теорема о сумме внутренних углов треугольника.
30. Теорема о величине внешнего угла треугольника.
31. Теорема о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника.
32. Теорема Пифагора.
33. Теорема косинусов для треугольника.
34. Теорема о вписанной в треугольник окружности.
35. Теорема об окружности, описанной около треугольника.
36. Теорема синусов для треугольника.
37. Теоремы об измерении вписанного в окружность угла, образованного двумя хордами, и угла, образованного двумя секущими.
38. Теорема о биссектрисе внутреннего угла треугольника.
39. Признаки равенства треугольников.
40. Признаки подобия треугольников.
41. Средняя линия треугольника и ее свойства.
42. Средняя линия трапеции и ее свойства.
43. Свойства равнобедренного треугольника.
44. Признаки и свойства параллелограмма.
45. Определение и свойства ромба.
46. Формулы площадей треугольника, параллелограмма и трапеции.
47. Формула вычисления радиуса вписанной в треугольник окружности.
48. Формула вычисления радиуса описанной около треугольника окружности.
49. Формула площади правильного многоугольника. Формула, связывающая длину стороны правильного многоугольника с радиусом описанной около него окружности.
50. Формула, связывающая длину стороны правильного многоугольника и радиус вписанной в него окружности.
51. Свойства четырехугольника, описанного около окружности.
52. Формула расстояния между двумя точками на плоскости. Уравнение окружности.
53. Признак (необходимое и достаточное условия) скрещивающихся прямых.
54. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
55. Признак параллельности прямой и плоскости.
56. Признак перпендикулярности двух плоскостей.
57. Признак параллельности двух плоскостей.

58. Теорема о трех перпендикулярах.
59. Теорема о площади боковой поверхности прямой и наклонной призмы.
60. Теорема о площади боковой поверхности правильной пирамиды, правильной усеченной пирамиды.
61. Признак коллинеарности двух векторов.
62. Признак компланарности трех векторов.
63. Теорема о разложении вектора по трем некопланарным векторам.
64. Координатные системы на плоскости в пространстве.
65. Скалярное произведение векторов и его свойства.
66. Теорема о касательной к сфере плоскости.
67. Решение планиметрических задач.
68. Решение стереометрических задач.

3. ТРЕБОВАНИЯ К ПОСТУПАЮЩЕМУ

На экзамене по математике поступающий должен уметь:

- 1) производить (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями; преобразовывать буквенные выражения; производить операции над векторами (сложение, умножение вектора на число); переводить одни единицы измерения в другие;
- 2) сравнивать числа и находить их приближенные значения (без калькулятора); доказывать тождества и неравенства для буквенных выражений;
- 3) решать уравнения, неравенства и системы (в том числе с параметрами) и исследовать их решения;
- 4) исследовать функции, строить графики функций и множества точек, заданные на координатной плоскости с помощью уравнений и неравенств;
- 5) изображать геометрические фигуры на чертеже; производить дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду;
- 6) пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий;
- 7) пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий, частей; свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур;
- 8) пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические и тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы;
- 9) составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условия задачи;
- 10) излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.

На экзамене поступающий должен дополнительно уметь:

- 11) давать определения, формулировать и доказывать утверждения, формулы, соотношения, теоремы, признаки, свойства и т. п., указанные во втором разделе настоящей программы;
- 12) анализировать формулировки утверждений и их доказательства;
- 13) решать задачи на построение с помощью циркуля и линейки; находить геометрические места точек.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Константинова О.Г., Кремер Н.Ш., Фридман М.Н.* Математика для поступающих в экономические и другие вузы – М.: Юнити-Дана, 2007.
2. *Хорошилова Е.В.* Элементарная математика: Учебное пособие для слушателей подготовительных отделений, абитуриентов и старшеклассников. Часть 2. – М.: Издательство Московского университета, 2011
3. *Садовничий В.А.* - гл.ред. Справочник школьника и его учителя Программа "МГУ - школе". М. : Издательство Московского университета, 2010
4. *Попов Ю. И.* Практикум: II. Тригонометрия: учеб. пособие. — Калининград: ОАО «КГТ», 2004.
5. *Попов Ю. И.* Алгебра: Методы и приемы решения задач элементарной математики: учеб. пособие. — Калининград: Изд-во РГУ им. И. Канта, 2006.