

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта»  
Высшая школа компьютерных наук и искусственного интеллекта

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ**

**Модуль 2. Модуль фундаментальных математических дисциплин**

**Шифр: 02.03.02**

**Направление подготовки: Фундаментальная информатика и информационные  
технологии**

**Профиль: Программная инженерия в искусственном интеллекте**

**Квалификация (степень) выпускника: бакалавр**

Калининград  
2023

## Лист согласования

### Составители:

- Худенко Владимир Николаевич, к.ф.-м.н., профессор,
- Кулешов Артур Владимирович, к.ф.-м.н., доцент.
- Скрыдлова Елена Викторовна, к.ф.-м.н., доцент.
- Шевченко Юрий Иванович, к.ф.-м.н., профессор,
- Ставицкая Е.П., старший преподаватель
- Кашенко Николай Михайлович, д.ф.-м.н., профессор

Рабочая программа утверждена на заседании  
Ученого совета ОНК «Институт высоких технологий»

Протокол № 33 от «27» октября 2023 г.

Председатель Ученого совета ОНК «Институт высоких технологий»

Профессор, д.ф.-м.н.,  
руководитель ОНК «Институт высоких технологий»

А.В. Юров

Директор высшей школы компьютерных наук  
и искусственного интеллекта

М.Д. Верещагин

Руководитель ОПОП ВО

С.С. Головин

## Содержание

1. Название образовательного модуля «Модуль 2. Модуль фундаментальных математических дисциплин»
2. Характеристика образовательного модуля
3. Методические указания для обучающихся по освоению модуля
4. Программы дисциплин образовательного модуля
  - 4.1 Программа дисциплины «Математический анализ»
  - 4.2 Программа дисциплины «Алгебра»
  - 4.3 Программа дисциплины «Геометрия»
  - 4.4 Программа дисциплины «Математическая логика»
  - 4.5 Программа дисциплины «Дифференциальные уравнения»
  - 4.6 Программа дисциплины «Комплексный анализ»
  - 4.7 Программа дисциплины «Дискретная математика для программистов»
  - 4.8 Программа дисциплины «Теория графов»
5. Программа практики
6. Программа итоговой аттестации по модулю

## 1. Название модуля: «Модуль 2. Модуль фундаментальных математических дисциплин»

### 2. Характеристика модуля

#### 2.1. Образовательные цели и задачи

Модуль ставит своей целью создать условия для эффективного формирования и развития универсальных и общепрофессиональных компетенций.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- Способствовать пониманию основных понятий таких фундаментальных математических дисциплин, как алгебра, геометрия, математический анализ, комплексный анализ, математическая логика, дискретная математика;
- Формировать у обучающихся навыки использования методов фундаментальных математических дисциплин в своей научно-исследовательской деятельности;
- Способствовать формированию навыков строгого доказательства математических утверждений; практических навыков формализации различных задач алгебраическими методами; составления алгоритмов решения, пригодных для последующего программирования; анализа оценки эффективности применяемых методов.

#### 2.2. Образовательные результаты выпускника

| Код компетенции   | Результаты освоения образовательной программы (ИДК)  | Результаты обучения по дисциплине  |
|---|--|--|
| <b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | <p>УК.1.1. Выбирает источники информации и осуществляет поиск информации для решения поставленных задач</p> <p>УК. 1.2. Демонстрирует умение рассматривать различные точки зрения и выявлять степень доказательности на поставленную задачу</p> <p>УК.1.3. Определяет рациональные идеи для решения поставленных задач</p> | <p><b>знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• основные положения теории анализа, синтеза и передачи информации, основные формы постановки задач.</li><li>• основные понятия теории графов, теории чисел, общей алгебры и целочисленного программирования.</li></ul> <p><b>уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• ориентироваться в постановках задач; строго доказывать математическое утверждение; определять возможности применения методов математического анализа; пользоваться</li></ul> |

|  |   |  |
|--|---|--|
|  |   | <p>библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных математических задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• применять изученный математический аппарат при решении практических задач; находить кратчайшие и минимальные пути в графе, наибольшее паросочетание, решать задачи о назначениях и транспортную задачу.</li> </ul> <p><b>владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• поиска и анализа информации, методами публичного представления и защиты информации;</li> <li>• навыками практической работы с дискретными объектами; основными приемами дискретного анализа.</li> </ul> |
| <p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</p> | <p>ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p> <p>ОПК-1.2. Решает задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук.</p> <p>ОПК-1.3. Выбирает методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p> | <p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• корректные постановки классических задач; математический аппарат, применяемый при решении прикладных задач;</li> <li>• основные понятия алгебры и основные типы задач, возникающих в</li> </ul>  |

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  | <p>алгебре;</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• основные понятия геометрии и основные типы задач, возникающих в геометрии;</li><li>• систему основных понятий и теорем алгебры (логики) высказываний и предикатов, теории булевых функций, аксиоматического исчисления высказываний;</li><li>• основные понятия теории дифференциальных уравнений и основные типы задач, возникающих в теории дифференциальных уравнений;</li><li>• основные понятия комплексного анализа (предел, непрерывность, дифференцируемость, многозначные функции, ряд Лорана, основы теории вычетов); возможные сферы приложения методов решения практических задач средствами комплексного анализа, в том числе в компьютерном моделировании прикладных</li></ul> |
|--|--|--|

|  |  |   |
|--|--|---|
|  |  | <p>задач.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•</li> </ul> <p><b>уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• строго доказывать математическое утверждение; определять возможности применения методов математического анализа;</li> <li>• использовать полученные теоретические знания для решения конкретных прикладных задач, производить математические расчеты в стандартных постановках, производить содержательный анализ результатов вычислений; использовать полученные знания в профессиональной деятельности;</li> <li>• использовать полученные теоретические знания для решения конкретных прикладных задач, производить математические расчеты в стандартных постановках, производить содержательный анализ</li> </ul> |
|--|--|---|

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  | <p>результатов вычислений; использовать полученные знания в профессиональной деятельности;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• применять формулы алгебры высказываний и булевы функции в решении прикладных задач, а также строить формальные доказательства в рамках исчисления высказываний;</li> <li>• понять поставленную задачу и использовать аппарат дифференциальных уравнений в процессе ее решения; на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат; использовать полученные знания в профессиональной деятельности;</li> <li>• использовать полученные теоретические знания для решения конкретных прикладных задач, производить математические расчеты в стандартных постановках,</li> </ul> |
|--|--|--|



|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  | <p>производить<br/>содержательный<br/>анализ<br/>результатов<br/>вычислений;<br/>формулировать<br/>задачу, используя<br/>логический и<br/>вычислительный<br/>аппарат<br/>комплексного<br/>анализа;<br/>использовать<br/>полученные<br/>знания в<br/>профессионально<br/>й деятельности.</p> <p><b>владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• использования<br/>стандартных<br/>методов и<br/>моделей<br/>математического<br/>анализа и их<br/>применения к<br/>решению<br/>прикладных<br/>задач;</li> <li>• <b>владеть</b><br/>практическими<br/>навыками<br/>формализации<br/>различных задач<br/>алгебраическими<br/>методами;<br/>составления<br/>алгоритмов<br/>решения,<br/>пригодных для<br/>последующего<br/>программирования;<br/>анализа<br/>оценки<br/>эффективности<br/>применяемых<br/>методов;</li> <li>• практическими<br/>навыками<br/>решения задач,<br/>формулируемых</li> </ul> |
|--|--|--|

|  |  |   |
|--|--|---|
|  |  | <p>в рамках математических и (или) естественных наук; составления алгоритмов решения, пригодных для последующего программирования; анализа оценки эффективности применяемых методов;</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• составления алгоритмов решения типовых задач математической логики, анализа логической структуры математических утверждений;</li><li>• практическими навыками решения обыкновенных дифференциальных уравнений, систем дифференциальных уравнений, исследования решений на устойчивость;</li><li>• профессиональным языком предметной области; навыками применения теоретических основ комплексного анализа в практической деятельности; навыками</li></ul> |
|--|--|---|

|  |  |   |
|--|--|---|
|  |  | <p>формализации математических задач, составления алгоритмов решения, используемых для программирования.</p>  |
| <p>ОПК-2. Способен применять компьютерные/суперкомпьютерные методы, современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности</p> | <p>ОПК-2.1. Выбирает компьютерные/суперкомпьютерные методы для решения задач профессиональной деятельности;<br/>ОПК-2.2. Использует современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности</p> | <p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>классические задачи дискретной математики, классификацию типов задач дискретной математики, их разрешимость, предмет и классические алгоритмы дискретной математики.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>применять свои знания для оценки применимости задач дискретной математики; применять свои знания к решению практических задач, пользоваться математической литературой для самостоятельного изучения вопросов, возникающих на практике.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>методами решения оптимизационных задач на графах; методами оценивания</li> </ul> |

|  |   | вычислительной сложности алгоритмов.   |
|--|---|--|
| ОПК-3. Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям | ОПК-3.1 – Разрабатывает алгоритмические и программные решения в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей<br>ОПК-3.2 – Создает информационные ресурсы глобальных сетей, образовательный контент, прикладные базы данных<br>ОПК-3.3. Применяет тесты и средства тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям | <p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>корректные постановки классических задач, возможные сферы их приложений;</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ориентироваться в постановках задач; на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат; передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления; модифицировать классические задачи дифференциальных уравнений для их использования в профессиональной деятельности;</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <p>применения стандартных алгоритмов решения типовых дифференциальных уравнений, систем дифференциальных уравнений и исследования их решений на устойчивость.</p> |

### 3. Методические указания для обучающихся по освоению модуля

Освоение дисциплин модуля закладывает базу для будущей профессиональной деятельности в сфере ИТ. Оно должно начинаться с внимательного ознакомления с рабочими программами дисциплин, обязательными компонентами которых являются: перечень тем, подлежащих усвоению; задания; списки учебных пособий и рекомендуемой литературы; списки контрольных вопросов, заданий.

При изучении дисциплин модуля необходимо последовательно переходить от дисциплины к дисциплине, от темы к теме, следуя внутренней логике, заложенной в

программе дисциплины модуля. Только так можно достичь полного понимания материала, хорошей ориентации в специальной литературе, формирования собственной точки зрения и умений практического характера. Для более глубокого и эффективного освоения дисциплин рекомендуется предварительная подготовка к занятиям.

#### 4. Программы дисциплин модуля

##### 4.1. Программа дисциплины «Математический анализ»

###### 1. Наименование дисциплины: «Математический анализ».

**Целью** освоения дисциплины «Математический анализ» является изложение классических основ математического анализа и методики решения задач в указанной области, подготовка студентов к чтению математической и прикладной научной литературы, где широко применяется язык этой математической дисциплины, выработка у студентов умения использовать методы математического анализа в своей исследовательской деятельности.

###### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код компетенции  | Результаты освоения ООП<br>Содержание компетенций  | Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине   |
|--|--|---|
| УК – 1<br>Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | <p>УК.1.1. Выбирает источники информации и осуществляет поиск информации для решения поставленных задач</p> <p>УК. 1.2. Демонстрирует умение рассматривать различные точки зрения и выявлять степень доказательности на поставленную задачу</p> <p>УК.1.3. Определяет рациональные идеи для решения поставленных задач</p> | <p>-<u>знать</u> основные положения теории анализа, синтеза и передачи информации, основные формы постановки задач.</p> <p>-<u>уметь</u> ориентироваться в постановках задач; строго доказывать математическое утверждение; определять возможности применения методов математического анализа; пользоваться библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных математических задач.</p> <p>-<u>владеть</u>: практическими навыками поиска и анализа информации, методами публичного представления и защиты информации</p> |

|   |   |   |
|---|---|---|
| <p><b>ОПК – 1</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p> | <p>ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.<br/>ОПК-1.2. Решает задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук.<br/>ОПК-1.3. Выбирает методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p> | <p><u>Знать:</u> корректные постановки классических задач; математический аппарат, применяемый при решении прикладных задач;<br/><u>-уметь:</u> строго доказывать математическое утверждение; определять возможности применения методов математического анализа;<br/><u>-владеть:</u> практическими навыками использования стандартных методов и моделей математического анализа и их применения к решению прикладных задач</p> |
|---|---|---|

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Математический анализ» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.12) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы обучающегося и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством электронной информационно-образовательной среды университета с использованием ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий

### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

| № | Наименование раздела              | Содержание раздела  |
|---|-----------------------------------|---|
| 1 | Введение в математический анализ. | Предмет математического анализа. Множества. Отображения множеств. Эквивалентность множеств. Числовые множества. Непрерывность множества действительных чисел. Ограниченные множества. Верхние и нижние грани числовых множеств. Множество комплексных |

|   |  |  |
|---|--|--|
|   |  | чисел.   |
| 2 | Числовые функции одного действительного переменного.     | Понятие функции. Способы задания. Основные характеристики поведения функции. Сложная функция, обратная функция. Основные элементарные функции и их графики. Функции, заданные параметрически и в полярных координатах.   |
| 3 | Пределы числовых последовательностей                     | Числовая последовательность и ее предел. Признаки сходимости числовых последовательностей. Предельные точки последовательностей, нижний и верхний пределы. Критерий Коши сходимости последовательности. Вычисление пределов числовых последовательностей.  |
| 4 | Предел функции и его свойства                            | Понятие предела функции. Общие свойства пределов функций. Свойства пределов, связанные с неравенствами. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых функций. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Критерий Коши существования предела функции. Предел монотонных функций. Сравнение асимптотического поведения функций. Основные приемы раскрытия неопределенностей. Общая теория предела  |
| 5 | Непрерывность функции в точке и на множестве             | Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва функции и их классификация. Локальные свойства непрерывных функций. Действия над непрерывными функциями. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Равномерная непрерывность функции.  |
| 6 | Дифференцирование функции одной переменной. Производная. | Понятие производной функции. Механический и геометрический смысл производной. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции. Производная и дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала. Правила дифференцирования. Производные и дифференциалы основных элементарных функций. Производная обратной функции. Производные и дифференциалы обратных тригонометрических функций. Производные и дифференциалы гиперболических функций. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференцирование неявных функций. Логарифмическое дифференцирование. Производная степенно-показательной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Теоремы о среднем. Правило Лопиталю. Формула Тейлора. Разложение по формуле Маклорена некоторых элементарных функций. Приложения формулы Тейлора. |

|    |   |  |
|----|---|--|
| 7  | Приложение производной  | Возрастание и убывание функций. Точки локального экстремума функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции. Абсолютные экстремумы функции на отрезке. Исследование функций на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции. Интерполирование функций. Приближенное решение уравнений.   |
| 8  | Неопределенный интеграл и методы интегрирования   | Первообразная функции и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных правил и формул интегрирования. Основные методы интегрирования. Рациональные дроби. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование некоторых иррациональных функций.  |
| 9  | Определённый интеграл и способы его вычисления  | Интегральная сумма. Понятие определенного интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Условия интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определенного интеграла. Несобственные интегралы. Приближенные методы вычисления определенных интегралов.   |
| 10 | Приложения определённого интеграла в геометрии и физике   | Площадь плоской фигуры. Вычисление площадей плоских фигур в прямоугольной системе координат. Вычисление площадей плоских фигур в полярной системе координат. Вычисление длины кривой. Вычисление площади поверхности вращения. Вычисление объемов пространственных тел. Вычисление работы переменной силы. Вычисление силы давления жидкости. Вычисление статических моментов, моментов инерции и координат центра масс.   |
| 11 | Функции нескольких независимых переменных. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. | Пространство $R^n$ . Понятие функции нескольких переменных. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах. Понятие функции нескольких переменных. Понятие предела функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных. Основные свойства непрерывных функций. Дифференцирование функций нескольких переменных. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной функции. Касательная |



|    |  |  |
|----|--|--|
|    |  | <p>плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух независимых переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных. Локальные экстремумы функции двух переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения (глобальные экстремумы) функции двух переменных в замкнутой области. Эмпирические формулы. Определение параметров эмпирических формул методом наименьших квадратов. Функции нескольких переменных, заданные неявно. Неявные функции нескольких переменных. Отображения из <math>\mathbb{R}^n</math> в <math>\mathbb{R}^m</math>. Дифференцируемые отображения</p> |
| 12 | Числовые ряды и их приложения                    | <p>Основные понятия. Простейшие свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости числового ряда. Ряды с неотрицательными членами. Интегральный признак Коши. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Признаки Куммера. Признаки Раабе, Бертрана, Гаусса. Знакопеременные ряды. Знакопеременные ряды. Умножение абсолютно сходящихся рядов. Повторные и двойные ряды. Бесконечные произведения.</p>  |
| 13 | Функциональные ряды.                             | <p>Основные понятия. Признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов. Степенные ряды</p>  |
| 14 | Разложение функций в степенные ряды.             | <p>Ряды Тейлора и Маклорена. Условия разложимости функций в степенной ряд. Примеры разложения элементарных функций в степенные ряды. Методы разложения функций в ряд Тейлора. Приложение рядов. Степенные ряды комплексной переменной. Показательные и тригонометрические функции в комплексной области. Равномерное приближение непрерывных функций многочленами.</p>   |
| 15 | Собственные интегралы, зависящие от параметра.   | <p>Определение интегралов, зависящих от параметра. Предельный переход под знаком интеграла. Непрерывность интеграла как функции параметра. Дифференцирование интегралов по параметру. Интегрирование интегралов по параметру. Пределы интегрирования, зависящие от параметра.</p>  |
| 16 | Несобственные интегралы, зависящие от параметра. | <p>Определение равномерной сходимости. Непрерывность интеграла как функции параметра. Интегрирование по параметру под знаком интеграла. Дифференцирование по параметру под знаком интеграла</p>  |
| 17 | Обобщенные функции.                              | <p>Бета-функция (интеграл Эйлера 1 рода). Свойства Бета-функции. Гамма-функция. Основные понятия.</p>  |

|    |                                       |  |
|----|---------------------------------------|--|
|    |                                       | Основные свойства Гамма-функции.   |
| 18 | Ряды Фурье.                           | Предварительные сведения о периодических функциях и постановка задачи. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Разложение в ряд Фурье по ортонормированной системе функций. Разложение функций в тригонометрические ряды Фурье. Теоремы о сходимости рядов Фурье. Ряды Фурье функций с периодом $2l$ и непериодических функций. Комплексная форма ряда Фурье. Интеграл Фурье. Преобразования Фурье.                                   |
| 19 | Двойные интегралы.                    | Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла. Условия существования двойного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства двойных интегралов. Вычисление двойного интеграла в случае прямоугольной области. Вычисление двойного интеграла в случае криволинейной области. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические приложения двойного интеграла. Приложения двойных интегралов в механике. |
| 20 | Тройной интеграл.                     | Понятие тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле.  |
| 21 | Криволинейные интегралы первого рода. | Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление криволинейных интегралов первого рода. Механические приложения криволинейного интеграла 1 рода  |
| 22 | Криволинейные интегралы второго рода. | Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление криволинейных интегралов второго рода. Криволинейные интегралы второго рода по замкнутому контуру. Формула Грина. Независимость криволинейных интегралов от пути интегрирования. Интегрирование полных дифференциалов.  |
| 23 | Поверхностные интегралы первого рода  | Понятие поверхностного интеграла первого рода. Площадь поверхности. Вычисление поверхностного интеграла первого рода. Приложения поверхностного интеграла первого рода.  |
| 24 | Поверхностные интегралы второго рода  | Поверхностные интегралы второго рода и их вычисление. Формула Остроградского. Формула Стокса.  |
| 25 | Элементы теории поля                  | Постановка задачи векторного анализа. Скалярные поля и их характеристики. Векторное поле. Ротор и поток векторного поля. Специальные виды векторных полей.   |

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Рекомендуемая тематика учебных занятий лекционного типа

(предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

| № | Наименование раздела                                     | Темы лекций  |
|---|--|--|
| 1 | Введение в математический анализ.                        | <b>Лекция 1.</b> Предмет математического анализа. Множества.<br><b>Лекция 2.</b> Ограниченные множества.   |
| 2 | Числовые функции одного действительного переменного.     | <b>Лекция 3.</b> Понятие функции.<br><b>Лекция 4.</b> Основные элементарные функции. Функции, заданные параметрически и в полярных координатах.  |
| 3 | Пределы числовых последовательностей                     | <b>Лекция 5.</b> Числовая последовательность и ее предел.<br><b>Лекция 6.</b> Вычисление пределов числовых последовательностей.  |
| 4 | Предел функции и его свойства                            | <b>Лекция 9.</b> Понятие предела функции. Общие свойства пределов функций.<br><b>Лекция 10.</b> Свойства пределов, связанные с неравенствами.<br><b>Лекция 11.</b> Предел монотонных функций. Основные приемы раскрытия неопределенностей.   |
| 5 | Непрерывность функции в точке и на множестве             | <b>Лекция 12.</b> Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва функции и их классификация.<br><b>Лекция 13.</b> Действия над непрерывными функциями.  |
| 6 | Дифференцирование функции одной переменной. Производная. | <b>Лекция 14.</b> Понятие производной функции. Механический и геометрический смысл производной. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции.<br><b>Лекция 15.</b> Производные и дифференциалы основных элементарных функций. Производные высших порядков.   |
| 6 | Приложение производной                                   | <b>Лекция 16.</b> Возрастание и убывание функций. Точки локального экстремума функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции.<br><b>Лекция 17.</b> Интерполирование функций. Приближенное решение уравнений.  |
| 7 | Неопределенный интеграл и методы интегрирования          | <b>Лекция 18.</b> Первообразная функции и неопределенный интеграл. Таблица основных правил и формул интегрирования.<br><b>Лекция 19.</b> Основные методы интегрирования.<br><b>Лекция 20.</b> Интегрирование рациональных дробей.<br><b>Лекция 21.</b> Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование некоторых иррациональных функций. |
| 8 | Определённый интеграл и способы его вычисления           | <b>Лекция 22.</b> Интегральная сумма. Понятие определенного интеграла.<br><b>Лекция 23.</b> Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.<br><b>Лекция 24.</b> Основные методы вычисления   |

|    |   |   |
|----|---|---|
|    |   | определенного интеграла. Приближенные методы вычисления определенных интегралов.  |
| 9  | Приложения определённого интеграла в геометрии и физике   | <b>Лекция 25.</b> Вычисление площадей плоских фигур в прямоугольной системе координат.<br><b>Лекция 26.</b> Вычисление объемов пространственных тел.<br><b>Лекция 27.</b> Физические приложения определенного интеграла.  |
| 10 | Функции нескольких независимых переменных. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. | <b>Лекция 28.</b> Понятие функции нескольких переменных.<br><b>Лекция 29.</b> Понятие предела функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных. Основные свойства непрерывных функций.<br><b>Лекция 30.</b> Дифференцирование функций нескольких переменных.<br><b>Лекция 31.</b> Полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной функции<br><b>Лекция 32.</b> Экстремумы функции двух переменных.<br><b>Лекция 33.</b> Неявные функции нескольких переменных. |
| 11 | Числовые ряды и их приложения   | <b>Лекция 34.</b> Простейшие свойства сходящихся рядов. Ряды с неотрицательными членами. Интегральный признак Коши.<br><b>Лекция 35.</b> Знакопередающиеся ряды.  |
| 12 | Функциональные ряды.  | <b>Лекция 36.</b> Основные понятия. Признаки равномерной сходимости.<br><b>Лекция 37.</b> Свойства равномерно сходящихся рядов.. <b>Лекция 38.</b> Степенные ряды   |
| 13 | Разложение функций в степенные ряды.  | <b>Лекция 39.</b> Ряды Тейлора и Маклорена. пенной ряд.<br><b>Лекция 40.</b> Методы разложения функций в ряд Тейлора. Приложение рядов.   |
| 14 | Собственные интегралы, зависящие от параметра.  | <b>Лекция 41.</b> Определение интегралов, зависящих от параметра.<br><b>Лекция 42.</b> Дифференцирование интегралов по параметру. Интегрирование интегралов по параметру.   |
| 15 | Несобственные интегралы, зависящие от параметра.  | <b>Лекция 43.</b> Интегрирование по параметру под знаком интеграла. Дифференцирование по параметру под знаком интеграла   |
| 16 | Обобщенные функции.   | <b>Лекция 44.</b> Бета-функция (интеграл Эйлера 1 рода).<br><b>Лекция 45.</b> Гамма-функция. Основные понятия. Основные свойства Гамма-функции.   |
| 17 | Ряды Фурье.   | <b>Лекция 46.</b> Ортогональные и ортонормированные системы функций.<br><b>Лекция 47.</b> Разложение в ряд Фурье по ортонормированной системе функций.<br><b>Лекция 48.</b> Теоремы о сходимости рядов Фурье.<br><b>Лекция 49.</b> Интеграл Фурье. Преобразования Фурье.  |
| 18 | Двойные интегралы.  | <b>Лекция 50.</b> Определение двойного интеграла.   |

|    |                                       |  |
|----|---------------------------------------|--|
|    |                                       | Условия существования двойного интеграла.<br><b>Лекция 51.</b> Вычисление двойного интеграла в случае криволинейной области.<br><b>Лекция 52.</b> Геометрические приложения двойного интеграла. Приложения двойных интегралов в механике.                                |
| 19 | Тройной интеграл.                     | <b>Лекция 53.</b> Понятие тройного интеграла.<br><b>Лекция 54.</b> Вычисление тройного интеграла.<br><b>Лекция 55.</b> Замена переменных в тройном интеграле.  |
| 20 | Криволинейные интегралы первого рода. | <b>Лекция 56.</b> Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.<br><b>Лекция 57.</b> Механические приложения криволинейного интеграла 1 рода   |
| 21 | Криволинейные интегралы второго рода. | <b>Лекция 58.</b> Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление криволинейных интегралов второго рода.<br><b>Лекция 59.</b> Криволинейные интегралы второго рода по замкнутому контуру. Формула Грина. Независимость криволинейных интегралов от пути интегрирования. |
| 22 | Поверхностные интегралы первого рода  | <b>Лекция 60.</b> Понятие поверхностного интеграла первого рода. Площадь поверхности.<br><b>Лекция 61.</b> Вычисление поверхностного интеграла первого рода. Приложения поверхностного интеграла первого рода.   |
| 23 | Поверхностные интегралы второго рода  | <b>Лекция 62.</b> Поверхностные интегралы второго рода и их вычисление.<br><b>Лекция 63-64.</b> Формула Остроградского. Формула Стокса.  |
| 24 | Элементы теории поля                  | <b>Лекция 65.</b> Постановка задачи векторного анализа. Скалярные поля и их характеристики.<br><b>Лекция 66.</b> Векторное поле. Ротор и поток векторного поля.<br><b>Лекция 67-68.</b> Специальные виды векторных полей.  |

**Рекомендуемая тематика практических занятий:**

| № | Наименование раздела                                 | Темы практических занятий   |
|---|--|---|
| 1 | Введение в математический анализ.                    | <b>Занятие 1.</b> Множества и операции над ними.<br><b>Занятие 2.</b> Ограниченные множества.   |
| 2 | Числовые функции одного действительного переменного. | <b>Занятие 3.</b> Понятие функции.<br><b>Занятие 4.</b> Основные элементарные функции. Функции, заданные параметрически и в полярных координатах. |
| 3 | Пределы числовых последовательностей                 | <b>Занятие 5.</b> Числовая последовательность и ее предел.<br><b>Занятие 6.</b> Вычисление пределов числовых последовательностей.                 |
| 4 | Предел функции и его                                 | <b>Занятие 9.</b> Понятие предела функции. Общие  |

|    |  |  |
|----|--|--|
|    | свойства   | свойства пределов функций.<br><b>Занятие 10.</b> Свойства пределов, связанные с неравенствами.<br><b>Занятие 11.</b> Предел монотонных функций.<br>Основные приемы раскрытия неопределенностей.  |
| 5  | Непрерывность функции в точке и на множестве   | <b>Занятие 12.</b> Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва функции и их классификация.<br><b>Занятие 13</b> Действия над непрерывными функциями.   |
| 6  | Дифференцирование функции одной переменной.<br>Производная.  | <b>Занятие 14.</b> Понятие производной функции. Механический и геометрический смысл производной. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции.<br><b>Занятие 15.</b> Производные и дифференциалы основных элементарных функций. Производные высших порядков.   |
| 6  | Приложение производной   | <b>Занятие 16.</b> Возрастание и убывание функций. Точки локального экстремума функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции.<br><b>Занятие 17.</b> Интерполирование функций. Приближенное решение уравнений.  |
| 7  | Неопределенный интеграл и методы интегрирования  | <b>Занятие 18.</b> Первообразная функции и неопределенный интеграл. Таблица основных правил и формул интегрирования.<br><b>Занятие 19.</b> Основные методы интегрирования.<br><b>Занятие 20.</b> Интегрирование рациональных дробей.<br><b>Занятие 21.</b> Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование некоторых иррациональных функций. |
| 8  | Определённый интеграл и способы его вычисления   | <b>Занятие 22.</b> Интегральная сумма. Понятие определенного интеграла.<br><b>Занятие 23.</b> Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.<br><b>Занятие 24.</b> Основные методы вычисления определенного интеграла. Приближенные методы вычисления определенных интегралов.   |
| 9  | Приложения определённого интеграла в геометрии и физике  | <b>Занятие 25.</b> Вычисление площадей плоских фигур в прямоугольной системе координат.<br><b>Занятие 26.</b> Вычисление объемов пространственных тел.<br><b>Занятие 27.</b> Физические приложения определенного интеграла.  |
| 10 | Функции нескольких независимых переменных.<br>Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. | <b>Занятие 28.</b> Понятие функции нескольких переменных.<br><b>Занятие 29.</b> Понятие предела функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных. Основные свойства непрерывных функций.<br><b>Занятие 30.</b> Дифференцирование функций нескольких переменных.  |

|    |  |   |
|----|--|---|
|    |  | <p><b>Занятие 31.</b> Полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной функции</p> <p><b>Занятие 32.</b> Экстремумы функции двух переменных.</p> <p><b>Занятие 33.</b> Неявные функции нескольких переменных.</p>   |
| 11 | Числовые ряды и их приложения                    | <p><b>Занятие 34.</b> Простейшие свойства сходящихся рядов. Ряды с неотрицательными членами. Интегральный признак Коши.</p> <p><b>Занятие 35.</b> Знакопередающиеся ряды.</p>   |
| 12 | Функциональные ряды.                             | <p><b>Занятие 36.</b> Основные понятия. Признаки равномерной сходимости.</p> <p><b>Занятие 37.</b> Свойства равномерно сходящихся рядов..</p> <p><b>Занятие 38.</b> Степенные ряды</p>  |
| 13 | Разложение функций в степенные ряды.             | <p><b>Занятие 39.</b> Ряды Тейлора и Маклорена. пенной ряд.</p> <p><b>Занятие 40.</b> Методы разложения функций в ряд Тейлора. Приложение рядов.</p>  |
| 14 | Собственные интегралы, зависящие от параметра.   | <p><b>Занятие 41.</b> Определение интегралов, зависящих от параметра.</p> <p><b>Занятие 42.</b> Дифференцирование интегралов по параметру. Интегрирование интегралов по параметру.</p>  |
| 15 | Несобственные интегралы, зависящие от параметра. | <p><b>Занятие 43.</b> Интегрирование по параметру под знаком интеграла. Дифференцирование по параметру под знаком интеграла</p>   |
| 16 | Обобщенные функции.                              | <p><b>Занятие 44.</b> Бета-функция (интеграл Эйлера 1 рода).</p> <p><b>Занятие 45.</b> Гамма-функция. Основные понятия. Основные свойства Гамма-функции.</p>  |
| 17 | Ряды Фурье.                                      | <p><b>Занятие 46.</b> Ортогональные и ортонормированные системы функций.</p> <p><b>Занятие 47.</b> Разложение в ряд Фурье по ортонормированной системе функций.</p> <p><b>Занятие 48.</b> Теоремы о сходимости рядов Фурье.</p> <p><b>Занятие 49.</b> Интеграл Фурье. Преобразования Фурье.</p>               |
| 18 | Двойные интегралы.                               | <p><b>Занятие 50.</b> Определение двойного интеграла. Условия существования двойного интеграла.</p> <p><b>Занятие 51.</b> Вычисление двойного интеграла в случае криволинейной области.</p> <p><b>Занятие 52.</b> Геометрические приложения двойного интеграла. Приложения двойных интегралов в механике.</p> |
| 19 | Тройной интеграл.                                | <p><b>Занятие 53.</b> Понятие тройного интеграла.</p> <p><b>Занятие 54.</b> Вычисление тройного интеграла.</p> <p><b>Занятие 55.</b> Замена переменных в тройном интеграле.</p>   |
| 20 | Криволинейные интегралы первого рода.            | <p><b>Занятие 56.</b> Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.</p>   |

|    |                                       |  |
|----|---------------------------------------|--|
|    |                                       | <b>Занятие 57.</b> Механические приложения криволинейного интеграла 1 рода   |
| 21 | Криволинейные интегралы второго рода. | <b>Занятие 58.</b> Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление криволинейных интегралов второго рода.<br><b>Занятие 59.</b> Криволинейные интегралы второго рода по замкнутому контуру. Формула Грина. Независимость криволинейных интегралов от пути интегрирования. |
| 22 | Поверхностные интегралы первого рода  | <b>Занятие 60.</b> Понятие поверхностного интеграла первого рода. Площадь поверхности.<br><b>Занятие 61.</b> Вычисление поверхностного интеграла первого рода. Приложения поверхностного интеграла первого рода.   |
| 23 | Поверхностные интегралы второго рода  | <b>Занятие 62.</b> Поверхностные интегралы второго рода и их вычисление.<br><b>Занятие 63-64.</b> Формула Остроградского. Формула Стокса.  |
| 24 | Элементы теории поля                  | <b>Занятие 65.</b> Постановка задачи векторного анализа. Скалярные поля и их характеристики.<br><b>Занятие 66.</b> Векторное поле. Ротор и поток векторного поля.<br><b>Занятие 67-68.</b> Специальные виды векторных полей.   |

На практических занятиях решаются задачи по теме занятия.

### **Требования к самостоятельной работе обучающихся**

1. Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.
2. Выполнение домашнего задания, предусматривающего решение задач, выполнение упражнений, выдаваемых на практических занятиях, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.

### **7. Методические рекомендации по видам занятий**

Лекционные занятия.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Практические и семинарские занятия.

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения,



контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

Самостоятельная работа.

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретных ситуаций из практики, подготовке индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

## 8. Фонд оценочных средств

### 8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

| Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины              | Индекс контролируемой компетенции (или её части) | Оценочные средства по этапам формирования компетенций |
|---|--|---|
|   |  | текущий контроль по дисциплине                        |
| Раздел 1. Введение в математический анализ.                   | <b>ОПК-1</b>                                     | Решение задач, Устный опрос                           |
| Раздел 2. Числовые функции одного действительного переменного | <b>ОПК-1</b>                                     | Решение задач, Устный опрос                           |
| Раздел 3. Пределы числовых последовательностей                | <b>ОПК-1</b>                                     | Решение задач, Устный опрос                           |
| Раздел 4 Предел функции и его свойства.                       | <b>ОПК-1, УК-1</b>                               | Решение задач, Устный опрос                           |
| Раздел 5 Непрерывность функции в точке и на множестве         | <b>ОПК-1, УК-1</b>                               | Решение задач, Устный опрос                           |
| Раздел 6. Дифференцирование функции одной переменной          | <b>ОПК-1, УК-1</b>                               | Решение задач, Устный опрос                           |
| Раздел 6. Приложение производной                              | <b>ОПК-1, УК-1</b>                               | Решение задач, Устный опрос                           |

|  |  |                    |                                |
|--|--|--------------------|--------------------------------|
| Итог 1 семестра  |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> |                                |
| Раздел 8<br>Неопределенный интеграл и методы интегрирования                              |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Раздел 9<br>Определённый интеграл и способы его вычисления                               |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Раздел 10<br>Приложения определённого интеграла в геометрии и физике.                    |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Раздел 11<br>Интеграл Стильбеса  |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Раздел 12 .<br>Функции нескольких независимых переменных.<br>Дифференциальное исчисление |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Контроль 2 семестра  |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> |                                |
| Раздел 13<br>Числовые ряды и их приложения   |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Раздел 14<br>Функциональные ряды   |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Раздел 15<br>Разложение функций в степенные ряды   |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Раздел 16.<br>Собственные интегралы, зависящие от параметра                              |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Раздел 17<br>Несобственные интегралы, зависящие от параметра                             |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Раздел 18.<br>Обобщенные функции   |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Раздел 19<br>Ряды Фурье  |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Контроль 3 семестра  |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> |                                |
| Раздел 20<br>Двойные интегралы.  |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Раздел 21<br>Тройной интеграл.   |  | <b>ОПК-1, УК-1</b> | Решение задач,<br>Устный опрос |

|   |                    |                                |
|---|--------------------|--------------------------------|
| Раздел 22<br>Криволинейные интегралы первого рода | <i>ОПК-1, УК-1</i> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| Раздел 23<br>Криволинейные интегралы второго рода | <i>ОПК-1, УК-1</i> | Решение задач,<br>Устный опрос |
| 24-25<br>Поверхностные интегралы                  | <i>ОПК-1, УК-1</i> | Решение задач                  |
| 26 Элементы теории поля                           | <i>ОПК-1, УК-1</i> |                                |
| Промежуточный контроль                            | <i>ОПК-1 УК-1</i>  |                                |

## 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности процессе текущего контроля

### Примеры вопросов для устного опроса:

- Определить декартово произведение множеств;

#### Тема 2. Числовые функции одного действительного переменного

- Понятие функции;
- Перечислить основные элементарные функции;
- Изобразить график основных элементарные функции;
- Определить возрастающую функцию;
- Дать определение периодической функции;
- Дать определение ограниченной на множестве функции;

#### Тема 3. Пределы числовых последовательностей

- Дать определение числовой последовательности;
- Дать определение убывающей числовой последовательности;
- Дать определение возрастающей числовой последовательности;
- Дать определение ограниченной числовой последовательности;
- Дать определение предела числовой последовательности на языке « $\epsilon$ » - « $\delta$ »;
- Привести пример ограниченной, но не сходящейся числовой последовательности;
- Дать определение, на языке « $\epsilon$ » - « $\delta$ », бесконечно малой последовательности;
- Дать определение, на языке « $\epsilon$ » - « $\delta$ », бесконечно большой последовательности;
- Привести графическую интерпретацию предела числовой последовательности;

#### Тема 4. Предел функции и его свойства. Замечательные пределы и их приложения

- Дать определение предела функции в смысле Гейне;

- Дать определение предела функции в смысле Коши;
- Дать определение левого одностороннего предела функции;
- Изобразить графическую интерпретацию предела функции в смысле Коши;
- Изобразить графическую интерпретацию левого одностороннего предела функции;
- Дать определение правого одностороннего предела функции;
- Изобразить графическую интерпретацию правого одностороннего предела функции;
- Перечислить основные приемы раскрытия неопределённостей;
- Перечислить основные типы неопределённостей;

#### **Тема 5. Непрерывность функции в точке и на множестве**

- Дать определение непрерывной функции в точке;
- Дать определение непрерывной функции на множестве;
- Дать определение непрерывной функции в точке на языке « $\epsilon$ » - « $\delta$ »;
- Дать определение непрерывной функции в точке с использованием приращений аргумента и функции;
- Сформулировать определение точки разрыва первого рода;
- Сформулировать определение точки разрыва второго рода;
- Дать определение понятия «устранимый разрыв»;

#### **Тема 6. Дифференцирование функции одной переменной. Производная**

- Сформулировать определение дифференцируемой в точке функции;
- Сформулировать теорему о необходимом условии дифференцирования функции;
- Сформулировать теорему о достаточных условиях дифференцирования функции;
- Определить алгоритм для определения производной;
- Дать определение односторонних производных;
- Вывести формулу вычисления производной логарифмической функции;
- Вывести формулу вычисления производной степенной функции;
- Вывести формулу вычисления производной показательной функции;
- Вывести формулу вычисления производной тригонометрических функций;
- Вывести формулу вычисления производной гиперболических функций;
- Вывести формулу вычисления производной обратных тригонометрических функций;
- Описать вычисление производной неявных функций;
- Описать вычисление производной функций, заданных параметрически;

#### **Тема 7. Приложение производной**

- Определить алгоритм вычисления угла между кривыми;

- Определить алгоритм исследования функции на возрастание и убывание;
- Определить алгоритм исследования функции на экстремум;
- Определить алгоритм исследования функции на выпуклость и вогнутость;
- Определить алгоритм нахождения точек перегиба графика функции;
- Определить алгоритм нахождения асимптот графика функции;
- Определить формулу касательной;
- Вывести формулу нормали к графику функции;
- Описать алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке;
- Описать метод касательных приближенного решения уравнений;
- Описать метод хорд приближенного решения уравнений;
- Описать комбинированный метод приближенного решения уравнений;
- Описать приемы применения дифференциалов для приближенного вычисления функций;

### **Тема 8.** Неопределенный интеграл и методы интегрирования

- Дать определение первообразной функции;
- Дать определение неопределённого интеграла;
- Записать формулу взаимосвязи различных первообразных одной функции;
- Кому принадлежит авторство определения понятия «неопределённый интеграл»;
- Перечислить основные свойства неопределённого интеграла;
- Записать подстановки, применяемые при вычислении интегралов от тригонометрических функций;
- Записать подстановки, применяемые при вычислении интегралов от иррациональных функций;
- Перечислить типы элементарных дробей;
- Описать алгоритм интегрирования рациональных дробей;
- Перечислить подстановки Эйлера;
- Назвать достоинства и недостаток подстановок Эйлера;
- Перечислить подстановки Чебышёва;
- Назвать отечественных математиков, внесших вклад в развитие теории интегрирования;

### **Тема 9.** Определённый интеграл и способы его вычисления

- Дать определение интегральной суммы Римана;
- Дать определение сумм Дарбу;
- Дать определение определенного интеграла;
- Сформулировать свойства линейности определенного интеграла;
- Сформулировать основные свойства определенного интеграла;
- Сформулировать теорему о среднем в определенном интеграле;
- Описать алгоритм непосредственного интегрирования в определенном интеграле;

- Сформулировать теорему о замене переменной в определенном интеграле;
- Записать формулу вычисления по частям в определенном интеграле;
- Перечислить приближенные методы вычисления определенного интеграла;
- Описать графическую интерпретацию определенного интеграла;

#### **Тема 10.** Приложения определённого интеграла в геометрии и физике

- Дать определение квадратуемой фигуры;
- Описать алгоритм вычисления площадей плоских фигур в прямоугольной декартовой системе координат;
- Описать алгоритм вычисления площадей плоских фигур в полярной системе координат;
- Описать алгоритм вычисления площадей плоских фигур в случае параметрического задания кривых;
- Дать определение спрямляемой кривой;
- Описать алгоритм вычисления длины кривой в прямоугольной декартовой системе координат;
- Описать алгоритм вычисления длины кривой в случае параметрического задания;
- Описать алгоритм вычисления длины кривой в полярной системе координат;
- Описать алгоритм вычисления объема фигуры по поперечному сечению;
- Описать алгоритм вычисления объема фигуры вращения;
- Написать формулы для вычисления центра масс плоской фигуры;
- Написать формулы для вычисления центра масс пространственного тела;
- Дать определение момента вращения относительно оси;
- Дать определение момента инерции относительно оси;

#### **Тема 11.** Функции нескольких независимых переменных. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

- Дать определение метрического пространства;
- Дать определение функции нескольких переменных;
- Дать определение предела функции нескольких переменных в смысле Гейне;
- Дать определение предела функции нескольких переменных в смысле Коши;
- Изобразить графическую интерпретацию предела функции нескольких переменных в смысле Коши;
- Дать определение непрерывности функции двух переменных;
- Сформулировать Теорему Вейерштрасса для функции двух переменных;
- Дать определение частных приращений функции нескольких переменных;
- Дать определение полного приращения функции нескольких переменных;
- Дать определение частной производной функции нескольких переменных;
- Объяснить графическую интерпретацию частной производной функции

- нескольких переменных;
- Вывести формулу частной производной сложной функции нескольких переменных;
- Дать определение дифференцируемости функции нескольких переменных;
- Сформулировать достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных;
- Вывести формулу полного дифференциала функции нескольких переменных;
- Дать определение локального минимума функции нескольких переменных;
- Дать определение локального максимума функции нескольких переменных;
- Сформулировать теорему о достаточных условиях существования экстремума функции нескольких переменных;
- Описать алгоритм нахождения глобальных экстремумов функции нескольких переменных в замкнутой ограниченной области;

## **Тема 12. Кратные и криволинейные интегралы**

- Дать определение геометрической фигуры;
- Описать различные меры геометрической фигуры;
- Описать алгоритм построения интеграла по фигуре;
- Перечислить частные случаи интеграла по фигуре;
- Дать определение криволинейного интеграла 1 рода;
- Дать определение двойного интеграла;
- Дать определение поверхностного интеграла 1 рода;
- Дать определение тройного интеграла;
- Объяснить, как вычисляется двойной интеграл;
- Объяснить, как вычисляется тройной интеграл;
- Объяснить, как вычисляется криволинейный интеграл 1 рода;
- Объяснить, как вычисляется поверхностный интеграл 1 рода;
- Записать формулу перехода к полярным координатам в двойном интеграле;
- Записать формулу перехода к цилиндрическим координатам в тройном интеграле;
- Записать формулу перехода к сферическим координатам в тройном интеграле;
- Определить сферу применения двойного интеграла;
- Определить сферу применения тройного интеграла;
- Определить сферу применения криволинейного интеграла;
- Определить сферу применения поверхностного интеграла;

### **Типовые контрольные задания:**

#### **1 семестр**

#### **Тема №1. Предел последовательности.**

**Задача 1.** Используя определение предела, доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

1.1.  $a_n = \frac{3n-2}{2n-5}, a = \frac{3}{2}$ .

**Задача 2.** Вычислить предел числовой последовательности.

2.1.  $\lim_{n \rightarrow \infty}$

**Задача 3.** Вычислить предел числовой последовательности.

3.1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \sqrt{n^2+4} \sqrt[4]{n^8-1}}{(n+\sqrt{n})\sqrt{2-2n+n^2}}$

**Задача 4.** Вычислить предел числовой последовательности.

4.1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2-1})$

**Задача 5.** Вычислить предел числовой последовательности.

5.1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n+2}{n^2} \right)$

**Задача 6.** Вычислить предел числовой последовательности.

6.1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+2}{n-2} \right)^n$

## Тема №2. Предел функции.

**Задача 1.** Используя определение предела функции по Коши, доказать  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$  (указать  $\delta(\varepsilon)$ ).

1.1.  $f(x) = \frac{2x^2-2}{x+1}, x_0 = -1, A = -4$ .

**Задача 2.** Доказать по определению, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$ .

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1, x_0 = -2,$$

**Задача 3.** Вычислить предел функции.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 - x - x^2 + 1}$$

**Задача 4.** Вычислить предел функции.

4.1.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$ .

**Задача 5.** Вычислить предел функции.

5.1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sin^4(x-\pi)}$

**Задача 6.** Вычислить предел функции.

6.1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^2-1}$ .



**Задача 7.** Вычислить предел функции.

$$7.1. \quad \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x}$$

**Задача 8.** Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{2x} - e^{2x}}{x \cdot \arcsin(3x) + \operatorname{arctg}(2x) - x \cdot \log_2(1+x) - x \cdot (\sqrt{1+x} - 1)}$$

**Задача 9.** Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2+x) + \ln(2-x) - 2\ln 2}{\cos(2x) - 1}$$

**Задача 10.** Вычислить предел функции, используя метод логарифмирования:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + \sin x \cos x}{1 + \sin x \cos(3x)} \right)^{\operatorname{ctg}^3 x}$$

**Задача 11.** Вычислить предел функции, используя метод логарифмирования:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3^{x+1} + 4^{x+1} + 5^{x+1}}{12} \right)^{\frac{1}{x}}$$

**Задача 12.** Вычислить предел функции.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+3)^{x+3} (x+1)^{x+1}}{(x+4)^{2x+4}}$$

**Задача 13.** Исследовать функцию на точки разрыва:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & x \in (-\infty; -2) \cup, \\ x^x, & x \in \{-2\} \cup (0; 1), \\ \left[ \frac{3}{2x} \right], & x \in. \end{cases}$$

В ответе к заданию построить таблицу:

| №  | Точка разрыва $x_0$ | Левосторонний предел в $x_0$ | $f(x 0)$ | Правосторонний предел в $x_0$ | Род точки разрыва $x_0$ |
|----|---------------------|------------------------------|----------|-------------------------------|-------------------------|
| 1. | ...                 | ...                          | ...      | ...                           | ...                     |

#### Тема №4. Дифференцирование и построение графиков.

- Вычислить приближённо  $\sqrt[4]{17}$ .

- Найти дифференциал функции, заданной неявно:  $y = e^{-\frac{x}{y}}$ .

- Используя правило Лопиталья, найти предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right]$ .

- Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{\sin x - x}$ .
- Провести исследование и построить график функции:  $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ .

### 8.3. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации по дисциплине

#### Вопросы для промежуточного контроля:

##### Первый семестр

- Множества. Подмножества. Операции над множествами.
- Функция, график функции, композиция отображений, сюръекция, инъекция и биекция, обратное отображение.
- Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Отношение порядка.
- Аксиоматика множества вещественных чисел. Аксиомы действительных чисел: аксиомы сложения, умножения и порядка. Аксиома Архимеда. Натуральные числа. Принцип индукции.
- Грани числовых множеств.
- Теорема Коши-Кантора о вложенных отрезках, теорема Бореля-Лебега о конечном покрытии, теорема Больцано-Вейерштрасса о предельной точке.
- Понятие о мощности множества. Счетные множества. Континуум.
- Понятие числовой последовательности и ее предела. Теорема о единственности предела. Ограниченность сходящихся последовательностей.
- Свойства пределов последовательностей. Предельный переход в неравенствах.
- Арифметические операции со сходящимися последовательностями.
- Критерий Коши существования предела числовой последовательности.
- Монотонные последовательности. Признак сходимости монотонной последовательности.
- Число  $e$ .
- Подпоследовательности. Теорема Больцано - Вейерштрасса.
- Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Основные свойства бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей.
- Предел функции в точке. Эквивалентность определения предела по Гейне и Коши. Единственность предела. Односторонние пределы.
- Свойства пределов функций. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Пределы монотонных функций.
- База. Предел функции по базе.
- Критерий Коши существования предела функции.
- Предел композиции функций. Второй замечательный предел.
- Сравнение асимптотического поведения функций.  $O$  и  $o$  символика. Эквивалентные функции. Выделение главной части функции в точке.
- Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Точки разрыва. Классификация точек разрыва.
- Непрерывность сложной функции.
- Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса). Теорема Коши о промежуточном значении.
- Критерий непрерывности монотонной функции.
- Существование и непрерывность обратной функции.

- Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.
- Непрерывность элементарных функций.
- Замечательные пределы
- Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Односторонние производные. Необходимое условие дифференцируемости.
- Правила дифференцирования.
- Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически.
- Производные элементарных функций.
- Дифференциал функции, его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала.
- Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
- Теорема Ферма.
- Теорема Ролля.
- Теорема Лагранжа о среднем.
- Теорема Коши о среднем.
- Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
- Теорема Тейлора.
- Локальный и глобальный варианты формулы Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в общей форме, в форме Лагранжа, Коши и Пеано.
- Многочлен Тейлора как многочлен наилучшего приближения функции в окрестности данной точки.
- Формулы Тейлора для основных элементарных функций (с оценкой остатка).
- Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора (метод выделения главной части).
- Применение производной к исследованию функции на монотонность и экстремум.
- Необходимое условие экстремума функции. Достаточные условия экстремума на языке производных высших порядков.
- Выпуклые функции. Критерии выпуклости. Точки перегиба. Построение графиков.

## Второй семестр

- Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.
- Основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям неопределенного интеграла
- Интегрирование дробно-рациональных функций. Метод Остроградского.
- Интегрирование квадратичных иррациональностей посредством подстановок Эйлера.
- Интегралы от дифференциальных биномов. Теорема Чебышева.
- Интегрирование некоторых трансцендентных функций.
- Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости.
- Верхние и нижние суммы Дарбу. Интеграл Дарбу.
- Необходимые и достаточные условия интегрируемости.
- Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва.
- Критерии интегрируемости.
- Свойства интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла.
- Теоремы о среднем.
- Определенный интеграл с переменным верхним пределом.
- Формула Ньютона Лейбница.

- Формулы замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле.
- Понятие площади и квадратуры плоской фигуры.
- Понятие площади и квадратуры плоской фигуры.
- Геометрические приложения определённого интеграла.
- Некоторые физические приложения определённого интеграла.
- Теорема о представлении функции ограниченной вариации и основные свойства.
- Признаки существования интеграла Стильеса и его вычисление.
- Понятие функции нескольких переменных
- Понятия  $n$ - мерного координатного пространства и  $n$ -мерного евклидова пространства.
- Основные метрические и топологические характеристики точечных множеств евклидова пространства.
- Предельное значение функции нескольких переменных. Сходящиеся последовательности точек  $n$ - мерного евклидова пространства. Критерий Коши сходимости последовательности.
- Некоторые свойства ограниченных последовательностей точек  $n$ - мерного евклидова пространства.
- Предел функции нескольких переменных. Пределы повторный и кратный. Бесконечно малые функции. Необходимое и достаточное условие существования предела функции.
- Непрерывность функции нескольких переменных. Основные свойства непрерывных функций нескольких переменных.
- Равномерная непрерывность функции нескольких переменных.
- Частные производные. Понятие дифференцируемости. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала.
- Достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной функции.
- Производная по направлению. Градиент.
- Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- Частные производные и дифференциалы высших порядков. Свойства смешанных производных.
- Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
- Отображения из  $R^n$  в  $R^m$ , их дифференцирование. Матрица производной. Якобиан
- Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые условия экстремума.
- Достаточные условия экстремума функции нескольких переменных.
- Понятие неявной функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции и некоторые ее применения.
- Вычисление частных производных неявно заданной функции.
- Понятие зависимости функций. Достаточное условие независимости.
- Функциональные матрицы и их приложения.
- Задачи, приводящие к понятию экстремума. Необходимые условия условного экстремума.
- Метод неопределенных множителей Лагранжа.
- Достаточные условия условного экстремума.

### Третий семестр

- Понятие числового ряда. Ряд и его частичные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
- Критерий Коши сходимости ряда. Свойства, сходящихся рядов.

- Арифметические операции над сходящимися рядами.
- Ряды с положительными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с положительными членами.
- Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши.
- Интегральный признак Коши—Маклорена. Признаки Раабе и Гаусса.
- Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теоремы о перестановке членов условно сходящегося ряда и о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда.
- Знакопередающиеся ряды. Признаки Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
- Сходимость произвольных рядов. Признаки Дирихле и Абеле.
- Двойные и повторные ряды.
- Бесконечные произведения. Связь между сходимостью бесконечных произведений и рядов.
- Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сходимость функциональной последовательности в точке и на множестве.
- Равномерная сходимости на множестве. Критерий Коши.
- Достаточные признаки равномерной сходимости функционального ряда: признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля.
- Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда.
- Почленное интегрирование и почленное дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
- Степенной ряд и область его сходимости.
- Формула Коши—Адамара для радиуса сходимости степенного ряда.
- Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда.
- Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда.
- Ряд Тейлора. Разложение функций в степенные ряды. Достаточное условие.
- Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора.
- Применение рядов к приближённым вычислениям.
- Теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции многочленами.
- Ряды с комплексными членами. Формулы Эйлера.
- Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру.
- Несобственные интегралы первого и второго рода. Признаки сходимости.
- Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла.
- Признаки Дирихле и Абеля сходимости несобственного интеграла.
- Замена переменных под знаком несобственного интеграла и формула интегрирования по частям.
- Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость.
- Свойства непрерывности, интегрируемости и дифференцируемости несобственных интегралов, зависящих от параметра.
- Применение теории несобственных интегралов к вычислению некоторых интегралов. Интегралы Пуассона и Дирихле.
- Г- и В-функции Эйлера. Интегралы Эйлера.
- Ортогональные системы функций. Понятие об общем ряде Фурье, минимальном свойстве его коэффициентов.
- Тригонометрическая система. Тригонометрические ряды. Ряд Фурье. Коэффициенты ряда Фурье.
- Сходимость ряда Фурье. Неравенство Бесселя.
- Равномерная сходимость ряда Фурье. Равенство Парсеваля.
- Сходимость в среднем.
- Образ Фурье и его простейшие свойства.

- Интеграл Фурье. Условия разложимости функции в интеграл Фурье.
- Понятие о прямом и обратном преобразованиях Фурье.
- Некоторые дополнительные свойства преобразования Фурье.
- Преобразование Лапласа. Понятие об операционном исчислении.

#### Четвёртый семестр

- Определение и существование двойного интеграла.
- Основные свойства двойного интеграла.
- Вычисление двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному.
- Понятие криволинейных координат на плоскости.
- Замена переменных в двойном интеграле. Полярная система координат.
- Геометрические и физические приложения двойных интегралов.
- Тройные интегралы. Их определение, вычисление и простейшие свойства.
- Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрическая и сферическая система координат.
- Приложения тройных интегралов.
- Несобственные кратные интегралы.
- Определения криволинейного интеграла 1-го рода. Его свойства.
- Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода. Сведение криволинейного интеграла 1-го рода к определенному интегралу.
- Определения криволинейного интеграла 2-го рода. Его свойства.
- Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода. Сведение криволинейного интеграла 2-го рода к определенному интегралу.
- Приложения криволинейных интегралов.
- Связь криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода.
- Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.
- Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
- Понятие поверхности. Задание поверхности с помощью векторных функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- Сторона поверхности. Ориентация. Односторонние и двусторонние поверхности.
- Понятие площади поверхности. Квадрируемость гладких поверхностей.
- Поверхностный интеграл первого рода. Его существование и свойства.
- Поверхностный интеграл второго рода. Его существование и свойства.
- Приложения поверхностных интегралов.
- Формула Стокса.
- Формула Остроградского.

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

| Уровни | Содержательное описание уровня | Основные признаки выделения уровня (этапы формирования компетенции, критерии оценки) | Пятибалльная шкала (академическая) оценка | Двухбалльная шкала, зачет | БРС, % освоения (рейтинговая оценка) |
|--------|--------------------------------|--|---|---------------------------|--------------------------------------|
|        |                                |  |   |                           |                                      |

|                                  |   |  |                   |         |        |
|----------------------------------|---|--|-------------------|---------|--------|
|                                  |   | сформированности)  |                   |         |        |
| Повышенный                       | Творческая деятельность   | <i>Включает нижестоящий уровень.</i><br>Умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического и прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий  | отлично           | зачтено | 86-100 |
| Базовый                          | Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу с большей степени самостоятельности и инициативы | <i>Включает нижестоящий уровень.</i><br>Способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения | хорошо            |         | 71-85  |
| Удовлетворительный (достаточный) | Репродуктивная деятельность   | Изложение в пределах задач курса теоретически и практически контролируем   | удовлетворительно |         | 55-70  |

|               |                            |               |               |         |          |
|---------------|----------------------------|---------------|---------------|---------|----------|
|               |                            | ого материала |               |         |          |
| Недостаточный | Отсутствие                 | признаков     | неудовлетвори | не      | Менее 55 |
|               | удовлетворительного уровня |               | тельно        | зачтено |          |

## 9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

### Основная литература

- Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа : учебное пособие / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин, 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 669 с. ISBN 5-9221-0008-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544563> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник / Кудрявцев Л.Д., - 4-е изд. - Москва :ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 444 с.: ISBN 978-5-9221-1585-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/854332> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ / Кудрявцев Л.Д., - 3-е изд. - Москва :ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 424 с.: ISBN 5-9221-0185-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/944781> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

### Дополнительная литература

1. Жукова, Г. С. Математический анализ в примерах и задачах : учебное пособие : в 2 частях. Часть 1 / Г.С. Жукова, М.Ф. Рушайло. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 260 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1072156. - ISBN 978-5-16-015963-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1860691> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
2. Дзедисов, Х. П. Математический анализ. Руководство к решению задач : учебное пособие / Х. П. Дзедисов. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 203 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-109185-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1194129> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
3. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Текст] : учеб. пособие для вузов / Б. П. Демидович, 2010. 558 с. (УА 90 экз)

## 10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладов конференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента



- ПРОСПЕКТ ЭБС
- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН
- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

Программное обеспечение обучения включает в себя:

- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;
- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;
- корпоративная платформа;
- установленное на рабочих местах обучающихся ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security.
- специализированное ПО не требуется.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости) используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

## 4.2. Программа дисциплины «Алгебра»

### 1. Наименование дисциплины: «Алгебра».

**Цель** дисциплины: целью освоения дисциплины «Алгебра» является фундаментальная подготовка обучающихся в области алгебры.

### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код компетенции   | Результаты освоения образовательной программы (ИДК)  | Результаты обучения по дисциплине  |
|---|--|--|
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности. | ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.<br>ОПК-1.2. Решает задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук.<br>ОПК-1.3. Выбирает методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. | - <b>знать</b> основные понятия алгебры и основные типы задач, возникающих в алгебре;<br>- <b>уметь</b> использовать полученные теоретические знания для решения конкретных прикладных задач, производить математические расчеты в стандартных постановках, производить содержательный анализ результатов вычислений; использовать полученные знания в профессиональной деятельности;<br>- <b>владеть</b> практическими навыками формализации различных задач алгебраическими методами; составления алгоритмов решения, пригодных для последующего программирования; анализа оценки эффективности применяемых методов. |

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Алгебра» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.12) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы обучающегося и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством электронной информационно-образовательной среды университета с использованием

ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий.

## 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане). Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

| № | Наименование раздела                   | Содержание раздела  |
|---|--|---|
| 1 | Матрицы и определители                 | Понятие матрицы. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц. Перестановки из $n$ элементов. Подстановки степени $n$ . Четность подстановок. Понятие определителя порядка $n$ . Определители порядка 2 и 3. Свойства определителей. Теоремы о разложении определителя по элементам строки. Теорема Лапласа. Формулы Крамера решения системы линейных уравнений. Теорема об определителе произведения матриц. Обратная матрица. Матричные уравнения. Элементарные преобразования матриц. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.   |
| 2 | Поле комплексных чисел                 | Построение поля комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Возведение комплексных чисел в степень. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа. Корни степени $n$ из единицы. Первообразные корни.   |
| 3 | Кольцо многочленов от одной переменной | Построение кольца многочленов от одной переменной. Действия над многочленами. Теорема деления многочленов с остатком. Делимость многочленов. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Корни многочленов. Кратность корня и её связь со значениями производных. Основная теорема алгебры многочленов, следствие из нее. Формулы Виета. Многочлены с действительными коэффициентами и их корни. Приводимость многочленов над полем. Разложение многочленов на неприводимые множители над полями действительных и комплексных чисел. Многочлены с рациональными коэффициентами и их корни. Поле рациональных дробей. Разложение рациональной дроби на |

|   |   |  |
|---|---|--|
|   |   | простейшие   |
| 4 | Векторные пространства и системы линейных уравнений | <p>Понятие векторного пространства. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости. Базис пространства. Координаты вектора. Теоремы о базисах. Размерность пространства. Формулы преобразования базиса. Формулы преобразования координат. Изоморфизм векторных пространств одинаковой конечной размерности. Подпространства. Признак подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма. Ранг системы векторов. Линейная оболочка векторов. Ранг матрицы (основная теорема). Теоремы о ранге матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений. Подпространство решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальные решения системы линейных однородных уравнений. Обзор методов исследования и решения систем линейных уравнений.</p> |
| 5 | Линейные операторы векторных пространств            | <p>Понятие линейного отображения и линейного оператора. Матрица линейного оператора. Связь матриц оператора в разных базисах. Действия над линейными операторами. Обратные операторы, условие существования. Образ и ядро линейного оператора. Теоремы о ранге и дефекте линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Условия приводимости матрицы линейного оператора к диагональному виду. Характеристический многочлен линейного оператора. Характеристические корни и собственные значения линейного оператора. Инвариантные подпространства линейного оператора. Разложение векторного пространства в прямую сумму инвариантных подпространств.</p>   |
| 6 | Евклидовы пространства                              | <p>Понятие евклидова и унитарного пространства. Скалярное произведение векторов. Процесс ортогонализации векторов. Длина вектора и угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности. Ортогональное дополнение подпространства. Симметрические операторы, их свойства. Критерий симметричности оператора, существование собственного ортонормированного базиса. Ортогональные операторы, их свойства. Канонический базис и каноническая матрица ортогонального оператора.</p>   |
| 7 | Квадратичные формы                                  | <p>Линейные формы. Квадратичные формы. Ранг квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод элементарных преобразований. Приведение квадратичной формы в евклидовом пространстве к каноническому виду ортогональным преобразованием переменных. Нормальный вид квадратичной формы над полем вещественных и комплексных чисел. Закон инерции квадратичных форм. Положительно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Распадающиеся квадратичные формы.</p>  |
| 8 | Основные алгебраические структуры                   | <p>Внутренние и внешние операции на множестве. Понятие алгебраической структуры. Понятие группы. Примеры. Свойства элементов группы. Группа подстановок. Группа невырожденных матриц. Циклические группы. Конечные группы. Подгруппы. Признаки подгрупп. Теорема Лагранжа. Группы ортогональных и унимодулярных матриц. Кольца, тела, поля. Примеры. Кольцо матриц. Кольцо классов вычетов.</p>  |

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Рекомендуемая тематика учебных занятий лекционного типа (предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

| № | Наименование раздела                                | Темы лекций  |
|---|---|--|
| 1 | Матрицы и определители                              | <p>Лекция 1. Понятие матрицы. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц.</p> <p>Лекция 2. Перестановки из <math>n</math> элементов. Подстановки <math>n</math> элементов. Четность подстановок.</p> <p>Лекция 3. Понятие определителя порядка <math>n</math>. Определители порядка 2 и 3. Свойства определителей.</p> <p>Лекция 4. Теоремы о разложении определителя по элементам строки.</p> <p>Лекция 5. Формулы Крамера решения системы линейных уравнений.</p> <p>Лекция 6. Теорема об определителе произведения матриц. Обратная матрица.</p> <p>Лекция 7. Матричные уравнения. Элементарные преобразования матриц. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.</p>   |
| 2 | Поле комплексных чисел                              | <p>Лекция 8. Построение поля комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа.</p> <p>Лекция 9. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.</p> <p>Лекция 10. Возведение комплексных чисел в степень. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа. Корни степени <math>n</math> из единицы. Первообразные корни.</p>   |
| 3 | Кольцо многочленов от одной переменной              | <p>Лекция 11. Построение кольца многочленов от одной переменной. Действия над многочленами. Теорема деления многочленов с остатком.</p> <p>Лекция 12. Делимость многочленов. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены.</p> <p>Лекция 13. Теорема Безу. Схема Горнера. Корни многочленов. Кратность корня и её связь со значениями производных. Основная теорема алгебры многочленов, следствие из нее.</p> <p>Лекция 14. Формулы Виета. Многочлены с действительными коэффициентами и их корни. Приводимость многочленов над полем. Разложение многочленов на неприводимые множители над полями действительных и комплексных чисел.</p> <p>Лекция 15. Многочлены с рациональными коэффициентами и их корни. Поле рациональных дробей. Разложение рациональной дроби на простейшие</p> |
| 4 | Векторные пространства и системы линейных уравнений | <p>Лекция 16. Понятие векторного пространства. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости.</p> <p>Лекция 17. Базис пространства. Координаты вектора. Теоремы о базисах. Размерность пространства.</p> <p>Лекция 18. Формулы преобразования базиса. Формулы преобразования координат. Изоморфизм векторных</p>  |

|   |  |   |
|---|--|---|
|   |  | <p>пространств одинаковой конечной размерности.</p> <p>Лекция 19. Подпространства. Признак подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма.</p> <p>Лекция 20. Ранг системы векторов. Линейная оболочка векторов. Ранг матрицы (основная теорема).</p> <p>Лекция 21. Теоремы о ранге матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений.</p> <p>Лекция 22. Подпространство решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальные решения системы линейных однородных уравнений. Обзор методов исследования и решения систем линейных уравнений.</p>  |
| 5 | Линейные операторы векторных пространств | <p>Лекция 23. Понятие линейного отображения и линейного оператора. Матрица линейного оператора. Связь матриц оператора в разных базисах.</p> <p>Лекция 24. Действия над линейными операторами. Обратные операторы, условие существования. Образ и ядро линейного оператора. Теоремы о ранге и дефекте линейного оператора.</p> <p>Лекция 26. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Условия приводимости матрицы линейного оператора к диагональному виду.</p> <p>Лекция 27. . Характеристический многочлен линейного оператора. Характеристические корни и собственные значения линейного оператора. Инвариантные подпространства линейного оператора. Разложение векторного пространства в прямую сумму инвариантных подпространств.</p> |
| 6 | Евклидовы пространства                   | <p>Лекция 28. Понятие евклидова и унитарного пространства. Скалярное произведение векторов. Процесс ортогонализации векторов. Длина вектора и угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского.</p> <p>Лекция 29. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности. Ортогональное дополнение подпространства. Симметрические операторы, их свойства.</p> <p>Лекция 30. Критерий симметричности оператора, существование собственного ортонормированного базиса. Ортогональные операторы, их свойства. Канонический базис и каноническая матрица ортогонального оператора.</p>   |
| 7 | Квадратичные формы                       | <p>Лекция 31. Линейные формы. Квадратичные формы. Ранг квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа.</p> <p>Лекция 32. Метод элементарных преобразований. Приведение квадратичной формы в евклидовом пространстве к каноническому виду ортогональным преобразованием переменных. Нормальный вид квадратичной формы над полем вещественных и комплексных чисел.</p> <p>Лекция 33. Закон инерции квадратичных форм. Положительно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Распадающиеся квадратичные формы.</p>  |
| 8 | Основные алгебраические структуры        | <p>Лекция 34. Внутренние и внешние операции на множестве. Понятие алгебраической структуры. Понятие группы. Примеры. Свойства элементов группы. Группа подстановок. Группа невырожденных матриц. Циклические группы. Конечные группы. Подгруппы. Признаки подгрупп. Теорема Лагранжа. Группы ортогональных и унимодулярных матриц. Кольца, тела, поля. Примеры. Кольцо матриц. Кольцо классов вычетов. Подкольца. Идеалы. Подполя.</p>  |

## Рекомендуемая тематика *практических* занятий:

### Первый семестр

- Перестановки. Подстановки. Четность подстановки.
- Матрицы и действия над ними. Самостоятельная работа.
- Понятие определителя  $n$ -го порядка. Основные свойства определителей.
- Вычисление определителей. Правило Крамера. Самостоятельная работа.
- Обратная матрица. Матричные уравнения. Матричный метод решения систем линейных уравнений. Самостоятельная работа.
- Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
- Поле комплексных чисел. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
- Извлечение корня квадратного из комплексных чисел в алгебраической форме. Решение квадратных уравнений.
- Тригонометрическая форма комплексного числа. Самостоятельная работа.
- Деление многочленов с остатком. Наибольший общий делитель многочленов.
- Схема Горнера. Корни многочленов. Кратность корней. Самостоятельная работа.
- Обобщенная теорема Виета.
- Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных и комплексных чисел.
- Нахождение рациональных корней полинома. Самостоятельная работа.
- Разложение правильной рациональной дроби на простейшие.

### Второй семестр

- Векторные пространства. Линейная зависимость векторов. Базис.
- Формулы преобразования базиса. Формулы преобразования координат. Самостоятельная работа.
- Ранг матрицы. Ранг системы векторов. Линейная оболочка векторов.
- Исследование системы линейных неоднородных уравнений на совместность.
- Фундаментальная система решений. Самостоятельная работа.
- Подпространства векторного пространства.
- Сумма и пересечения подпространств, определение их базисов. Самостоятельная работа.
- Линейные операторы векторных пространств. Матрица линейного оператора.
- Действия над линейными операторами. Самостоятельная работа.
- Образ и ядро линейного оператора.
- Характеристические корни и собственные векторы. Самостоятельная работа.
- Евклидовы пространства. Процесс ортогонализации векторов.
- Ортогональное дополнение подпространства. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора. Самостоятельная работа.
- Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом элементарных преобразований.
- Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
- Положительно определенные квадратичные формы.
- Группы. Кольца. Поля.
- Кольцо классов вычетов.

На практических занятиях решаются задачи по теме занятия.

## **Требования к самостоятельной работе обучающихся**

1. Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.
2. Выполнение домашнего задания, предусматривающего решение задач, выполнение упражнений, выдаваемых на практических занятиях, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.

Руководствуясь положениями статьи 47 и статьи 48 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» научно-педагогические работники и иные лица, привлекаемые университетом к реализации данной образовательной программы, пользуются предоставленными академическими правами и свободами в части свободы преподавания, свободы от вмешательства в профессиональную деятельность; свободы выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания; права на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ и методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы и отдельной дисциплины.

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане).

Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

### **7. Методические рекомендации по видам занятий**

**Лекционные занятия.**

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

**Практические и семинарские занятия.**

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия



выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения, контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

Самостоятельная работа.

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретных ситуаций из практики, подготовке индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

## 8. Фонд оценочных средств

### 8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

| Контролируемые разделы (темы) дисциплины            | Индекс контролируемой компетенции (или её части) | Оценочные средства по этапам формирования компетенций |
|---|--|---|
|   |  | текущий контроль по дисциплине                        |
| Матрицы и определители                              | ОПК-1  | Опрос, решение задач, самостоятельная работа          |
| Поле комплексных чисел                              | ОПК-1  | Опрос, решение задач, самостоятельная работа          |
| Кольцо многочленов от одной переменной              | ОПК-1  | Опрос, решение задач, самостоятельная работа          |
| Векторные пространства и системы линейных уравнений | ОПК-1  | Опрос, решение задач, самостоятельная работа          |
| Линейные операторы векторных пространств            | ОПК-1  | Опрос, решение задач, самостоятельная работа          |
| Евклидовы пространства                              | ОПК-1  | Опрос, решение задач, самостоятельная работа          |
| Квадратичные формы                                  | ОПК-1  | Опрос, решение задач, самостоятельная работа          |
| Основные алгебраические структуры                   | ОПК-1  | Опрос, решение задач                                  |

### 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности в процессе текущего контроля

Примеры вопросов для устного опроса:

Тема 1.

1. Дать определение матрицы.
2. Записать формулу умножения матриц.
3. В каком случае можно перемножить две прямоугольные матрицы?
4. Что называется определителем  $n$ -го порядка?
5. Перечислить основные свойства определителя.
6. Записать формулу разложения определителя по элементам строки (столбца).
7. Записать формулы Крамера решения системы линейных уравнений.
8. Дать определение невырожденной матрицы.
9. Какая система уравнений называется совместной?
10. Сколько решений может иметь система линейных уравнений?

## Тема 2.

1. Дать определение алгебраической формы комплексного числа.
2. Дать определение тригонометрической формы комплексного числа.
3. Записать формулы, связывающие алгебраическую и тригонометрическую формы комплексного числа.
4. Как умножаются и делятся комплексные числа в алгебраической форме?
5. Как умножаются и делятся комплексные числа в тригонометрической форме?
6. Перечислить способы возведения комплексных чисел в степень.
7. Как извлекается корень из комплексного числа?
8. Чему равен корень степени 3 из единицы?
9. Как используются корни степени  $n$  из единицы при извлечении корня  $n$ -ой степени из комплексного числа?
10. Дать определение первообразного корня.

## Тема 3.

1. Сформулировать теорему деления многочленов с остатком.
2. Дать определение наибольшего общего делителя многочленов.
3. Дать определение взаимно простых многочленов.
4. Сформулировать теорему Безу.
5. Как найти значения от многочлена в точке при помощи схемы Горнера?
6. Дать определение корня многочлена.
7. Дать определение кратности корня многочлена.
8. Записать формулы Виета.
9. Какие многочлены называются приводимыми над данным полем?
10. Как разложить рациональную дробь в сумму простейших дробей?

## Тема 4.

1. Дать определение векторного пространства.
2. Какие векторы называются линейно зависимыми (независимыми)?
3. Дать определение базиса.
4. Записать формулу преобразования базиса.
5. Как находятся координаты вектора в новом базисе?
6. Сформулировать теорему о размерности суммы подпространств.
7. Дать определение ранга матрицы.
8. Сформулировать основную теорему о ранге матрицы.
9. Сформулировать критерий совместности системы линейных уравнений.
10. Дать определение фундаментальной системы решений.

## Тема 5.

1. Дать определение линейного оператора.

2. Привести примеры линейных операторов.
3. Как записывается матрица линейного оператора в данном базисе?
4. Какой формулой связываются матрицы оператора в разных базисах?
5. Дать определение образа линейного оператора.
6. Дать определение ядра линейного оператора.
7. Сформулировать теорему о ранге и дефекте линейного оператора.
8. Дать определение собственного вектора линейного оператора.
9. Дать определение характеристического многочлена линейного оператора.
10. Дать определение инвариантного подпространства линейного оператора.

#### **Тема 6.**

1. Дать определение евклидова пространства.
2. Как находится скалярное произведение векторов?
3. Что называется длиной вектора?
4. Как нормировать вектор?
5. Описать процесс ортогонализации векторов.
6. Дать определение ортонормированного базиса.
7. Какая матрица называется ортогональной?
8. Что такое ортогональное дополнение подпространства?
9. Дать определение симметрического оператора.
10. Сформулировать критерий симметричности оператора.

#### **Тема 7.**

1. Дать определение квадратичной формы.
2. Что называется рангом квадратичной формы?
3. Какой вид квадратичной формы называется каноническим?
4. Проиллюстрировать метод элементарных преобразований приведения квадратичной формы к каноническому виду.
5. Проиллюстрировать метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.
6. Описать метод приведения квадратичной формы в евклидовом пространстве к каноническому виду ортогональным преобразованием переменных.
7. Что называется нормальным видом квадратичной формы над полем вещественных и комплексных чисел?
8. Дать определение положительно определенной квадратичной формы.
9. Сформулировать критерий Сильвестра.
10. Дать определение распадающихся квадратичных форм.

#### **Тема 8.**

1. Дать определение внутренней операции на множестве.
2. Дать определение внешней операции на множестве.
3. Что называется алгебраической структурой?
4. Дать определение группы. Привести пример.
5. Дать определение циклической группы.
6. Дать определение подгруппы. Привести пример.
7. Сформулировать признаки подгруппы.
8. Дать определение кольца. Привести пример.
9. Дать определение поля. Привести пример.
10. Как строится кольцо классов вычетов по заданному модулю?

## Типовые контрольные задания

### Первый семестр

#### Контрольная работа № 1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Найти  $f(A)$ , если  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 5$ ,
2. Найти число инверсий в перестановке и указать, для каких  $n$  эта перестановка четна  $\{1, 4, 7, \dots, 3n - 2, 2, 5, \dots, 3n - 1, 3, 6, \dots, 3n\}$ .

$$3. \text{ Вычислить определитель } \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 7 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 4 & 1 & -1 \end{vmatrix}.$$

3. Вычислить определитель
4. Решить систему методом Крамера
5. Решить систему методом исключения неизвестных

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = -1, \\ x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 = 3, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 79, \\ 3x_1 + 13x_2 + 18x_3 + 30x_4 = 263, \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 = 146, \\ x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 92. \end{cases}$$

6. Решить матричное уравнение и сделать проверку

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

#### Контрольная работа № 2

1. Вычислить  $(2 + i)(3 - i) + \frac{2 + 3i}{3 + 4i}$ .
2. Вычислить  $\sqrt{24 + 10i}$ .
3. Представить в тригонометрической форме комплексное число  $-\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ .
4. Вычислить  $\sqrt[3]{1 - i}$ .
5. Изобразить графически  $|z + 3 + 4i| > 5$ .
6. Вычислить, используя тригонометрическую форму,  $(1 + i\sqrt{3})(1 + i)$ .

### Второй семестр

#### Контрольная работа № 1

1. Перемножить многочлены и разделить с остатком многочлен  $f(x)$  на  $g(x)$

$$f(x) = 2x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6, \quad g(x) = x^2 - 3x - 1.$$

2. Найти НОД многочленов  $f(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 1$ ,  $g(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ .

3. Используя схему Горнера, определить значение многочлена  $f(c)$  и всех его производных  $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 5x - 1$ ,  $c = 2$ .

4. Используя схему Горнера, определить кратность  $k$  корня  $c$  многочлена  $f(x)$  и разложить  $f(x)$  на соответствующие множители

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16, \quad c = -2.$$

$$f(x) = 3x^4 + \frac{1}{2}x^3 + x^2 - 2x + \frac{1}{2}.$$

5. Найти рациональные корни многочлена

### Контрольная работа № 2

1. Исследовать векторы на линейную зависимость

$$\vec{a} = (1, 4, 6), \quad \vec{b} = (1, -1, 1), \quad \vec{c} = (1, 1, 3).$$

2. Разложить вектор  $\vec{k}$  по векторам  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , если  $\vec{k} = (-2, 4, 7)$ ,

$$\vec{a} = (0, 1, 2), \quad \vec{b} = (1, 0, 1), \quad \vec{c} = (-1, 2, 4).$$

$$\vec{e}'_1 = e_1 + e_2 + 3e_3,$$

$$\vec{e}'_2 = 2e_1 - e_2,$$

$$\vec{e}'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \quad \vec{x} = (1, 2, 4).$$

3. Найти координаты вектора в новом базисе

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & 7 \\ -1 & -3 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 1 & -1 \\ 7 & 9 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Найти ранг матрицы

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 2x_4 = 0, \\ 8x_1 - 6x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

5. Найти фундаментальный набор решений системы

6. Исследовать на совместность в зависимости от параметра

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2, \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = a. \end{cases}$$

### Контрольная работа № 3

1. Найти размерность подпространств, размерности суммы и пересечения. Указать базисы.

$$L_1: \begin{matrix} \vec{a}_1 = (1, 2, 0, 1), \\ \vec{a}_2 = (1, 1, 1, 0), \end{matrix} \quad L_2: \begin{matrix} \vec{b}_1 = (1, 0, 1, 0), \\ \vec{b}_2 = (1, 3, 0, 1). \end{matrix}$$

$$\vec{e}'_1 = e_1 - e_2 + e_3,$$

$$\vec{e}'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3,$$

2. Найти матрицу оператора в базисе  $(\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3)$ , где  $\vec{e}'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3$ , если она

задана в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Найти собственные значения и собственные векторы оператора, заданного

матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Найти базис образа и базис ядра линейного оператора, заданного в некотором

базисе  $e_1, e_2, e_3, e_4$  матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 11 \\ 1 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

#### Контрольная работа № 4

1. Привести квадратичную форму к нормальному виду методом элементарных преобразований, указать преобразование и сделать проверку

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 16x_2x_3 + 7x_3^2.$$

2. Преобразовать к каноническому виду ортогональным преобразованием квадратичную форму

$$x_1^2 - 5x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

### 8.3. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации по дисциплине

#### Вопросы для промежуточного контроля (экзамена)

##### Первый семестр

- Сложение матриц. Умножение матрицы на число.
- Умножение матриц. Свойства.
- Перестановки из  $n$  элементов.
- Подстановки  $n$  элементов.
- Четность подстановки.
- Понятие определителя порядка  $n$ . Определители второго и третьего порядка.
- Свойства определителей.
- Теорема о разложении определителя по элементам строки.
- Формулы Крамера решения систем линейных уравнений.
- Теорема об определителе произведения матриц.
- Обратная матрица. Критерий обратимости матрицы.
- Матричные уравнения.
- Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
- Построение поля комплексных чисел.
- Комплексные числа и действия с ними.
- Комплексно сопряженные числа.
- Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.
- Возведение в степень и извлечение корня в области комплексных чисел.
- Корни степени  $n$  из единицы. Первообразные корни.

- Многочлены от одной переменной и действия с ними.
- Теорема деления многочленов с остатком.
- Делимость многочленов.
- Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Эвклида.
- Взаимно простые многочлены. Их свойства.
- Теорема Безу. Схема Горнера.
- Корни многочленов. Кратные корни.
- Основная теорема алгебры многочленов и следствия из нее.
- Формулы Виета.
- Многочлены с действительными коэффициентами.
- Приводимость многочленов над полем.
- Корни многочленов с рациональными коэффициентами.
- Рациональные дроби. Понятие простейшей дроби.
- Теоремы о разложении рациональной дроби в сумму простейших дробей.

## **Второй семестр**

### **Вопросы для промежуточного контроля (экзамена)**

- Понятие векторного пространства. Простейшие свойства. Примеры.
- Линейная зависимость векторов.
- Базис векторного пространства. Координаты вектора.
- Теоремы о базисах. Размерность векторного пространства.
- Формулы преобразования базиса. Формулы преобразования координат.
- Подпространства векторного пространства. Признак подпространства. Примеры.
- Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.
- Теорема о размерности суммы подпространств.
- Линейная оболочка векторов. Ранг системы векторов.
- Ранг матрицы. Основная теорема о ранге матрицы.
- Теоремы о ранге матрицы.
- Критерий совместности системы линейных уравнений.
- Подпространство решений системы линейных однородных уравнений.
- Теорема о фундаментальных решениях системы линейных однородных уравнений.
- Понятие линейного оператора. Простейшие свойства операторов. Примеры.
- Матрица линейного оператора. Примеры.
- Операции над линейными операторами. Свойства.
- Образ и ядро линейного оператора. Свойства. Примеры.
- Теоремы о ранге и дефекте линейного оператора.
- Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Примеры.
- Характеристический многочлен и характеристические корни линейного оператора.
- Теорема о характеристических корнях и собственных значениях линейного оператора.
- Подпространства, инвариантные относительно оператора.
- Разложение векторного пространства в прямую сумму инвариантных подпространств.
- Понятие евклидова пространства. Скалярное произведение векторов.
- Процесс ортогонализации векторов.
- Ортонормированные базисы.
- Ортогональные матрицы.
- Ортогональное дополнение подпространства.
- Симметрические операторы. Примеры. Свойства.
- Критерий симметричности оператора.

- Ортогональные операторы. Примеры. Свойства.
- Понятие квадратичной формы. Ранг квадратичной формы.
- Канонический вид квадратичной формы.
- Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью элементарных преобразований.
- Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием переменных.
- Нормальный вид квадратичной формы.
- Закон инерции квадратичных форм с действительными коэффициентами.
- Положительно определенные квадратичные функции и формы.
- Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.
- Распадающиеся квадратичные формы.

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

| Уровни     | Содержательное описание уровня             | Основные признаки выделения уровня (этапы формирования компетенции, критерии оценки сформированности)  | Пятибалльная шкала (академическая) оценка | Двухбалльная шкала, зачет | БРС, % освоения (рейтинговая оценка) |
|------------|--|--|---|---------------------------|--------------------------------------|
| Повышенный | Творческая деятельность                    | <i>Включает нижестоящий уровень.</i> Умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического и прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий | отлично                                   | зачтено                   | 86-100                               |
| Базовый    | Применение знаний и умений в более широких | <i>Включает нижестоящий уровень.</i> Способность собирать,   | хорошо                                    |                           | 71-85                                |



|                                  |  |  |                     |            |          |
|----------------------------------|--|--|---------------------|------------|----------|
|                                  | контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу с большей степени самостоятельности и инициативы | систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения |                     |            |          |
| Удовлетворительный (достаточный) | Репродуктивная деятельность  | Изложение в пределах задач курса теоретически и практически контролируемого материала  | удовлетворительно   |            | 55-70    |
| Недостаточный                    | Отсутствие признаков удовлетворительного уровня  | признаков  | неудовлетворительно | не зачтено | Менее 55 |

## 9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

### Основная литература

- Литаврин, А. В. Линейная алгебра : учебное пособие / А. В. Литаврин, Т. В. Моисеенкова. - Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2022. - 244 с. - ISBN 978-5-7638-4604-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2092907> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Линейная алгебра : учебное пособие / О. И. Воронин, В. А. Жулего, С. М. Демидов [и др.]. - Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2023. - 176 с. - ISBN 978-5-9729-1556-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2094434> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Туганбаев, А. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник / А. А. Туганбаев. - Москва : ФЛИНТА, 2022. - 260 с. - ISBN 978-5-9765-5265-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2080145> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.

## Дополнительная литература

- Курош, А. Г. Курс высшей алгебры: учебник для студ. вузов, обуч. по спец. "Математика", "Прикладная математика"/ А. Г. Курош. - 13-е изд., стер. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2004. - 431 с. - Библиогр.: с. 425-426. - ISBN 5-8114-0521-9: 150.04 р. Имеются экземпляры в отделах /There are copies in departments: всего /all 45: УБ(43), НА(2)
- Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие/ И. В. Проскуряков. - 12-е изд., стер. Изд. 13-е, стер. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008; СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2010. - 475 с. - (Классические задачки и практикумы). - (Знание. Уверенность. Успех!). - ISBN 978-5-8114-0707-1: 334.00, р. Имеются экземпляры в отделах /There are copies in departments: всего /all 101: УБ(99), ч.з.НЗ(2)

## 10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладов конференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента
- ПРОСПЕКТ ЭБС
- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН
- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

## 11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Программное обеспечение обучения включает в себя:

- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;
- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;
- корпоративная платформа;
- установленное на рабочих местах обучающихся ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security.
- специализированное ПО не требуется.

## 12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий

лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости) используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

### 4.3. Программа дисциплины «Геометрия»

#### 1. Наименование дисциплины: «Геометрия».

**Цель** дисциплины: целью освоения дисциплины «Геометрия» является фундаментальная подготовка обучающихся в области геометрии.

#### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код компетенции   | Результаты освоения образовательной программы (ИДК)   | Результаты обучения по дисциплине  |
|---|---|--|
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности. | ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.<br>ОПК-1.2. Решает задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук.<br>ОПК-1.3. Выбирает методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.. | - <b>знать:</b> основные понятия геометрии и основные типы задач, возникающих в геометрии;<br>- <b>уметь:</b> использовать полученные теоретические знания для решения конкретных прикладных задач, производить математические расчеты в стандартных постановках, производить содержательный анализ результатов вычислений; использовать полученные знания в профессиональной деятельности;<br>- <b>владеть:</b> практическими навыками решения задач, формулируемых в рамках математических и (или) естественных наук; составления алгоритмов решения, пригодных для последующего программирования; анализа оценки эффективности применяемых методов. |

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Геометрия» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.12) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы обучающегося и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством электронной информационно-образовательной среды университета с использованием ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий.

### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане). Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

| № | Наименование раздела                             | Содержание раздела   |
|---|--|--|
| 1 | <b>Элементы векторной алгебры.</b>               | Линейные операции над векторами. Признаки коллинеарности и компланарности векторов. Линейная зависимость векторов. Аффинная и прямоугольная Декартовы системы координат. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. |
| 2 | <b>Аффинная и декартова системы координат на</b> | Деление отрезка в данном отношении. Формулы преобразования системы координат. Алгебраические линии. Окружность. Полярная система координат.  |

|   |   |  |
|---|---|--|
|   | <b>плоскости.</b>                               | Прямая линия на плоскости.   |
| 3 | <b>Кривые второго порядка на плоскости.</b>     | Окружность. Эллипс. Гипербола. Парабола. Пересечение линии второго порядка с прямой. Асимптотические направления относительно линии 2-го порядка. Центр линии второго порядка. Касательная к линии второго порядка. Диаметры линии второго порядка. Сопряженные направления. Сопряженные диаметры. Асимптоты. Главные направления. Главные диаметры. Классификация линий второго порядка. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Инварианты линии второго порядка. Классификация линий второго порядка с помощью инвариантов.  |
| 4 | <b>Плоскость и прямая в пространстве.</b>       | Способы задания плоскости в пространстве. Способы задания прямой в пространстве. Формулы для вычисления расстояний в пространстве. Формулы для вычисления углов. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.   |
| 5 | <b>Поверхности второго порядка.</b>             | Поверхности 2-го порядка. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности второго порядка. Конические сечения. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Пересечение поверхности 2-го порядка с прямой. Пересечение поверхности 2-го порядка с плоскостью. Цилиндрические поверхности 2-го порядка. Конические поверхности 2-го порядка. Сопряженные и главные направления относительно поверхности 2-го порядка. Диаметральные плоскости, центр поверхности 2-го порядка. Упрощение уравнения поверхности 2-го порядка путем преобразования системы координат. Классификация поверхностей 2-го порядка. |
| 6 | <b>Преобразования плоскости и пространства.</b> | Определение движений и аффинных преобразований. Преобразование векторов при аффинном преобразовании плоскости и пространства. Основные свойства аффинных преобразований. Аналитическое выражение аффинных преобразований. Сохранение отношений площадей и объемов при аффинных преобразованиях. Получение собственных аффинных преобразований посредством деформации тождественного преобразования. Движения как изометрические преобразования. Преобразования подобия. Классификация движений прямой и плоскости. Аффинная классификация линий второго порядка. Определение и свойства изометрических преобразований.   |

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Рекомендуемая тематика учебных занятий лекционного типа

(предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

| № | Наименование раздела  | Темы лекций   |
|---|---|---|
| 1 | <b>Элементы векторной алгебры.</b>                          | § 1. Векторы на плоскости и в пространстве.<br>§ 2. Линейные операции над векторами.<br>§ 3. Координаты векторов<br>§ 4. Скалярное произведение векторов.<br>§ 5. Векторное произведение векторов.<br>§ 6. Смешанное произведение векторов.   |
| 2 | <b>Аффинная и декартова системы координат на плоскости.</b> | § 7. Аффинные системы координат<br>§ 8. Прямоугольные декартовы системы координат.<br>§ 9. Алгебраические линии.<br>§ 10. Полярная система координат.<br>§ 11. Прямая на плоскости.<br>§ 12. Взаимное расположение прямых на плоскости  |
| 3 | <b>Кривые второго порядка на плоскости.</b>                 | § 13. Эллипс.<br>§ 14. Гипербола.<br>§ 15. Парабола.<br>§ 16. Пересечение линии второго порядка (ЛВП) с прямой.<br>§ 17. Асимптотические направления ЛВП.<br>§ 18. Центры ЛВП.<br>§ 19. Касательные к ЛВП.<br>§ 20. Диаметры ЛВП.<br>§ 21. Сопряженные направления ЛВП.<br>§ 22. Главные направления и главные диаметры ЛВП.<br>§ 23. Приведение уравнения ЛВП к каноническому виду.<br>§ 24. Классификация ЛВП по каноническим уравнениям.<br>§ 25. Инварианты ЛВП.<br>§ 26. Классификация ЛВП с помощью инвариантов.  |
| 4 | <b>Плоскость и прямая в пространстве.</b>                   | § 27. Плоскость в пространстве.<br>§ 28. Прямая в пространстве.<br>§ 29. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.  |
| 5 | <b>Поверхности второго порядка.</b>                         | § 30. Поверхности второго порядка (ПВП).<br>§ 31. Цилиндрические поверхности.<br>§ 32. Конические поверхности.<br>§ 33. Поверхности вращения.<br>§ 34. Эллипсоид.<br>§ 35. Однополостный гиперболоид.<br>§ 36. Двуполостный гиперболоид.<br>§ 37. Эллиптический параболоид.<br>§ 38. Гиперболический параболоид.<br>§ 39. Пересечение ПВП с прямой.<br>§ 40. Пересечение ПВП с плоскостью.<br>§ 41. Сопряженные и главные направления ПВП.<br>§ 42. Диаметральные плоскости ПВП.<br>§ 43. Центр ПВП.<br>§ 44. Упрощение уравнения ПВП путем преобразования системы координат. |

|   |   |   |
|---|---|---|
|   |   | § 45. Классификация ПВП.  |
| 6 | <b>Преобразования плоскости и пространства.</b> | § 46. Отображения и преобразования множеств.<br>§ 47. Движения плоскости.<br>§ 48. Аналитическое выражение движения плоскости.<br>§ 49. Классификация движений плоскости.<br>§ 50. Движения пространства.<br>§ 51. Подобия плоскости.<br>§ 52. Аффинные преобразования.<br>§ 53. Приложения аффинных преобразований к решению задач элементарной геометрии. |

**Рекомендуемая тематика *практических* занятий:**

**Первый семестр**

- Линейные операции над векторами. Коллинеарность и компланарность векторов.
- Линейная зависимость векторов.
- Скалярное произведение векторов.
- Векторное произведение векторов.
- Смешанное произведение векторов.
- Формулы преобразования системы координат. Полярная система координат.
- Способы задания прямой линии на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Угол между двумя пересекающимися прямыми на плоскости. Исследование взаимного расположения двух прямых на плоскости
- Эллипс.
- Гипербола.
- Парабола.
- Пересечение линии второго порядка с прямой. Асимптотические направления относительно линии 2-го порядка.
- Центр линии второго порядка. Касательная к линии второго порядка.
- Диаметры линии второго порядка. Сопряженные направления. Сопряженные диаметры. Асимптоты.
- Главные направления. Главные диаметры.
- Классификация линий второго порядка. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
- Инварианты линии второго порядка. Классификация линий второго порядка с помощью инвариантов.

**Второй семестр**

- Плоскость в пространстве.
- Прямая линия в пространстве.
- Вычисление расстояний и углов в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.
- Поверхности вращения. Цилиндрические и конические поверхности.
- Эллипсоид.
- Гиперболоиды.
- Параболоиды.
- Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
- Приведение уравнения поверхности 2-го порядка к каноническому виду методом

Лагранжа.

- Пересечение поверхности 2-го порядка с прямой. Пересечение поверхности 2-го порядка с плоскостью.
- Цилиндрические поверхности 2-го порядка. Конические поверхности 2-го порядка.
- Сопряженные и главные направления относительно поверхности 2-го порядка. Диаметральные плоскости.
- Центр поверхности 2-го порядка.
- Упрощение уравнения поверхности 2-го порядка путем преобразования системы координат.
- Классификация поверхностей 2-го порядка.
- Аффинные преобразования плоскости и пространства.
- Движения.
- Подобия.

На практических занятиях решаются задачи по теме занятия.

### **Требования к самостоятельной работе обучающихся**

1. Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.
2. Выполнение домашнего задания, предусматривающего решение задач, выполнение упражнений, выдаваемых на практических занятиях, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.

Руководствуясь положениями статьи 47 и статьи 48 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» научно-педагогические работники и иные лица, привлекаемые университетом к реализации данной образовательной программы, пользуются предоставленными академическими правами и свободами в части свободы преподавания, свободы от вмешательства в профессиональную деятельность; свободы выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания; права на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ и методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы и отдельной дисциплины.

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане).

Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации



образовательной программы.

## 7. Методические рекомендации по видам занятий

Лекционные занятия.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Практические и семинарские занятия.

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения, контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

Самостоятельная работа.

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретных ситуаций из практики, подготовке индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

## 8. Фонд оценочных средств

### 8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

| Контролируемые разделы (темы) дисциплины                | Индекс контролируемой компетенции (или её части) | Оценочные средства по этапам формирования компетенций |
|---|--|---|
|   |  | текущий контроль по дисциплине                        |
| 1. Элементы векторной алгебры.                          | ОПК-1  | Опрос, решение задач, самостоятельная работа          |
| 2. Аффинная и декартова системы координат на плоскости. | ОПК-1  | Опрос, решение задач, самостоятельная работа          |
| 3. Кривые второго порядка на плоскости.                 | ОПК-1  | Опрос, решение задач, самостоятельная работа          |

|   |       |  |
|---|-------|--|
| 4. Прямая и плоскость в пространстве.       | ОПК-1 | Опрос, решение задач, самостоятельная работа |
| 5. Поверхности второго порядка.             | ОПК-1 | Опрос, решение задач, самостоятельная работа |
| 6. Преобразования плоскости и пространства. | ОПК-1 | Опрос, решение задач                         |

## 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности процессе текущего контроля

### Примеры вопросов для устного опроса:

#### Раздел 6. Преобразования плоскости и пространства

- Определение движений и аффинных преобразований.
- Преобразование векторов при аффинном преобразовании плоскости и пространства.
- Основные свойства аффинных преобразований.
- Аналитическое выражение аффинных преобразований.
- Сохранение отношений площадей и объемов при аффинных преобразованиях.
- Получение собственных аффинных преобразований посредством деформации тождественного преобразования. Следствия.
- Движения как изометрические преобразования.
- Преобразования подобия.
- Классификация движений прямой и плоскости.
- Аффинная классификация линий второго порядка.
- Определение и свойства изометрических преобразований.

### Типовые контрольные задания

#### Раздел 1. Элементы векторной алгебры.

#### Контрольная работа №1.

##### Вариант 1.

1. Доказать тождество:  $(\vec{a} \times \vec{b})^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = a^2 b^2$ .
2. Даны три вершины параллелограмма  $ABCD$ :  $A(3, -4, 7)$ ,  $B(-5, 3, -2)$  и  $C(1, 2, -3)$ . Найти координаты вершины  $D$ .
3. Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 5\vec{p} + 2\vec{q}$ ,  $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$ , если  $|\vec{p}| = 2\sqrt{2}$ ,  $|\vec{q}| = 3$ ,  $\left(\vec{p}, \vec{q}\right) = \frac{\pi}{4}$ .
4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$  и

$$\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$$

5. Показать, что векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  и  $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$  компланарны.

## Раздел 2. Аффинная и декартова системы координат на плоскости.

### Контрольная работа №2.

#### Вариант 1.

- Вычислите угол между прямыми

$$l: x=5+4t, y=-3t \text{ и } m: x=7t, y=-2.$$

Укажите нормальные направляющие векторы

- Составьте уравнения прямых, проходящих через точку  $A(3,1)$  и наклоненных под углом  $45^\circ$  к прямой  $2x+3y-1=0$ .
- Составьте уравнения сторон треугольника, зная его вершину  $B(-1,3)$ , уравнения высоты  $3x-y+2=0$  и медианы  $2x+2y+5=0$ , проведенных из разных вершин.

## Раздел 3. Кривые второго порядка на плоскости.

### Контрольная работа №3.

#### Вариант 1.

1. В данной системе координат эллипс имеет каноническое уравнение. Составить это уравнение, если расстояние от директрисы до ближайшей вершины равно 4, а до вершины, лежащей на оси  $Oy$ , равно 8.
2. В данной системе координат гипербола имеет каноническое уравнение. Составить это уравнение, если эксцентриситет гиперболы равен  $\frac{7}{5}$ , а расстояние от вершины до ближайшего фокуса равно 2.

## Раздел 4. Прямая и плоскость в пространстве.

### Контрольная работа №4.

#### Вариант 1.

1. Показать, что  $L_1$  и  $L_2$  лежат в одной плоскости, найти уравнение этой плоскости:
2. Составить уравнение общего перпендикуляра двух прямых:
3. Найти проекцию точки  $A(9,6,4)$  на прямую

4. Составить уравнение проекции прямой L на плоскость  $\alpha$ :

$$L: \quad \alpha: 2x-2y+3z-5=0$$

5. Установить взаимное расположение двух прямых, написать уравнение проходящей через них плоскости:

## Раздел 5. Поверхности второго порядка.

### Контрольная работа №5.

#### Вариант 1.

1. Определить координаты точек пересечения поверхности и прямой, заданных следующими уравнениями:

$$x^2 - 2xy + 2z^2 + xz - x - y = 0, \quad \frac{x-3}{4} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-3}{4}$$

2. Проверить, является ли заданная поверхность цилиндрической:

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2z^2 - 4x - 4y + 12z + 10 = 0$$

В случае утвердительного ответа найти направление образующих.

3. Поверхность задана уравнением

$$2x^2 + 10y^2 - 2z^2 + 12xy + 8yz + 12x + 4y + 8z - 1 = 0$$

Найти уравнение той диаметральной плоскости, которая проходит через прямую

$$x = 1 + t, \quad y = -1 - t, \quad z = t.$$

4. Найти уравнения главных диаметральных плоскостей поверхности:

$$x^2 + y^2 + 5z^2 - 6xy - 2xz + 2yz - 4x + 6y + 2z - 8 = 0$$

5. Привести уравнение поверхности к каноническому виду с указанием формул преобразования координат:

$$5x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2xy + 2xz - 2yz + 4x + 8y + 12z - 4 = 0$$

### Вопросы для промежуточного контроля

#### Первый семестр

##### Перечень вопросов для промежуточного контроля (зачета).

- Линейные операции над векторами.
- Признаки коллинеарности и компланарности векторов.
- Линейная зависимость векторов.

- Аффинная и прямоугольная декартовы системы координат.
- Проекция вектора на ось.
- Скалярное произведение векторов.
- Векторное произведение векторов.
- Смешанное произведение векторов.
- Формулы преобразования системы координат.
- Алгебраические линии. Окружность.
- Полярная система координат.
- Прямая на плоскости.
- Эллипс.
- Гипербола.
- Парабола.
- Пересечение линии второго порядка с прямой.
- Асимптотические направления относительно линии 2-го порядка.
- Центр линии второго порядка.
- Касательная к линии второго порядка.
- Диаметры линии второго порядка.
- Сопряженные направления. Сопряженные диаметры. Асимптоты.
- Главные направления. Главные диаметры.
- Классификация линий второго порядка.
- Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
- Инварианты линии второго порядка.
- Классификация линий второго порядка с помощью инвариантов.

## **Второй семестр**

### **Перечень вопросов для промежуточного контроля (экзамена).**

- Способы задания плоскости в пространстве.
- Способы задания прямой в пространстве.
- Формулы для вычисления расстояний в пространстве.
- Формулы для вычисления углов.
- Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.
- Поверхности 2-го порядка.
- Поверхности вращения.
- Цилиндрические поверхности.
- Конические поверхности второго порядка. Конические сечения.
- Эллипсоид.
- Гиперболоиды.
- Параболоиды.
- Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
- Пересечение поверхности 2-го порядка с прямой.
- Пересечение поверхности 2-го порядка с плоскостью.
- Цилиндрические поверхности 2-го порядка.
- Конические поверхности 2-го порядка.
- Сопряженные и главные направления относительно поверхности 2-го порядка.
- Диаметральные плоскости, центр поверхности 2-го порядка.

- Упрощение уравнения поверхности 2-го порядка путем преобразования системы координат.
- Классификация поверхностей 2-го порядка.
- Аффинные преобразования плоскости и пространства.
- Движения. Подобия.

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

| Уровни     | Содержательное описание уровня   | Основные признаки выделения уровня (этапы формирования компетенции, критерии оценки сформированности)  | Пятибалльная шкала (академическая) оценка | Двухбалльная шкала, зачет | БРС, % освоения (рейтинговая оценка) |
|------------|--|--|---|---------------------------|--------------------------------------|
| Повышенный | Творческая деятельность  | <i>Включает нижестоящий уровень.</i> Умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического и прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий | отлично                                   | зачтено                   | 86-100                               |
| Базовый    | Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу с | <i>Включает нижестоящий уровень.</i> Способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из  | хорошо                                    |                           | 71-85                                |

|                                  |   |   |                     |            |          |
|----------------------------------|---|---|---------------------|------------|----------|
|                                  | большей степени самостоятельности и инициативы  | самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения |                     |            |          |
| Удовлетворительный (достаточный) | Репродуктивная деятельность                     | Изложение в пределах задач курса теоретически и практически контролируемого материала   | удовлетворительно   |            | 55-70    |
| Недостаточный                    | Отсутствие признаков удовлетворительного уровня | признаков   | неудовлетворительно | не зачтено | Менее 55 |

## 9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

### Основная литература

- Попов, Ю.И. Лекции по аналитической геометрии: лекции : учеб. пособие для студентов по направлениям бакалавриата «Прикладная математика и информатика», «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», «Бизнес-информатика» и специальности «Компьютерная безопасность»./ Ю. И. Попов; Балт. федер. ун-т им. И. Канта. - Б.м., 2016 on-line, 250 с.. - Бессрочная лицензия. - Б.ц. Имеются экземпляры в отделах: ЭБСКантиана(1)
- Попов, Ю.И. Практикум по аналитической геометрии: лекции : учеб. пособие для студентов специальности "Компьютер. безопасность" и бакалавриата «Прикладная математика и информатика», "Мат. обеспечение и администрирование информ. систем"/ Ю. И. Попов ; Балт. федер. ун-т им. И. Канта. - Калининград: БФУ им. И. Канта, 2012. - 1 on-line. - Бессрочная лицензия. - Б.ц. Имеются экземпляры в отделах: ЭБСКантиана(1)
- Ивлева, А. М. Решение задач по аналитической геометрии : учебное пособие / А. М. Ивлева, О. Ю. Бреднихина, Д. Р. Ковальчук. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2020. - 58 с. - ISBN 978-5-7782-4218-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1870346> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.

### Дополнительная литература

- Попов, Ю. И. Приложение аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учеб. пособие/ Ю. И. Попов; Балт. федер. ун-т им. И. Канта. - Калининград: БФУ им. И. Канта, 2015. - 1 on-line, 207 с.. - Библиогр. в конце гл.. - Бессрочная лицензия. - Б.ц. Имеются экземпляры в отделах /There are copies in departments: ЭБС Кантиана(1).
- Попов, Ю. И. Практикум по решению планиметрических задач: учеб. пособие/ Ю. И. Попов; Балт. федер. ун-т им. И. Канта. - Калининград: БФУ им. И. Канта, 2015. - 1 on-line, 105 с.. - Библиогр. в конце гл.. - Бессрочная лицензия. - Б.ц. Имеются экземпляры в отделах: ЭБС Кантиана(1)

#### **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладов конференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента
- ПРОСПЕКТ ЭБС
- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН
- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

Программное обеспечение обучения включает в себя:

- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;
- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;
- корпоративная платформа;
- установленное на рабочих местах обучающихся ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security.
- специализированное ПО не требуется.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости) используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с



возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

#### 4.4.Программа дисциплины «Математическая логика»

##### 1.Наименование дисциплины: «Математическая логика».

**Цель** дисциплины: целью освоения дисциплины «Математическая логика» является фундаментальная подготовка обучающихся в области математической логики.

##### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код компетенции  | Результаты освоения образовательной программы (ИДК)  | Результаты обучения по дисциплине  |
|--|--|--|
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.<br>ОПК-1.2. Решает задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук.<br>ОПК-1.3. Выбирает методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. | - <b>знать:</b> систему основных понятий и теорем алгебры (логики) высказываний и предикатов, теории булевых функций, аксиоматического исчисления высказываний;<br>- <b>уметь:</b> применять формулы алгебры высказываний и булевы функции в решении прикладных задач, а также строить формальные доказательства в рамках исчисления высказываний;<br>- <b>владеть:</b> практическими навыками составления алгоритмов решения типовых задач математической логики, анализа логической структуры математических утверждений |

##### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Математическая логика» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.12) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

#### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы обучающегося и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством электронной информационно-образовательной среды университета с использованием ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий

#### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане). Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

| № | Наименование раздела              | Содержание раздела   |
|---|-----------------------------------|--|
| 1 | Высказывания, предикаты, кванторы | 1. Формулы алгебры высказываний.<br>2. Равносильность формул алгебры высказываний.<br>3. СДНФ и СКНФ<br>4. Одноместные предикаты.<br>5. Формулы логики предикатов<br>6. Тавтологии логики предикатов |
| 2 | Булевы функции.                   | 7. Булевы функции.<br>8. Полиномы Жегалкина.<br>9. Специальные классы булевых функций<br>10. Полнота системы булевых функций   |
| 3 | Исчисление высказываний           | 11. Исчисление высказываний<br>12. Теорема дедукции<br>13. Деревья секвенций<br>14. Непротиворечивость исчисления высказываний<br>15. Полнота исчисления высказывания.<br>16. Исчисление предикатов  |

#### 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

## обучающихся по дисциплине

Рекомендуемая тематика учебных занятий лекционного типа (предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

| № | Наименование раздела              | Темы лекций  |
|---|-----------------------------------|--|
| 1 | Высказывания, предикаты, кванторы | 1. Формулы алгебры высказываний.<br>2. Равносильность формул алгебры высказываний.<br>3. СДНФ и СКНФ<br>4. Одноместные предикаты.<br>5. Формулы логики предикатов<br>6. Тавтологии логики предикатов |
| 2 | Булевы функции.                   | 7. Булевы функции.<br>8. Полиномы Жегалкина.<br>9. Специальные классы булевых функций<br>10. Полнота системы булевых функций   |
| 3 | Исчисление высказываний           | 11. Исчисление высказываний<br>12. Теорема дедукции<br>13. Деревья секвенций<br>14. Непротиворечивость исчисления высказываний<br>15. Полнота исчисления высказывания.<br>16. Исчисление предикатов  |

### Рекомендуемая тематика практических занятий:

- Операции над высказываниями.
- Формулы алгебры высказываний
- СДНФ и СКНФ
- Предикаты и кванторы
- Формулы логики предикатов
- Тавтологии логики предикатов
- Булевы функции
- Полиномы Жегалкина
- Монотонные булевы функции
- Замыкание системы булевых функций
- Построение вывода из аксиом исчисления высказываний
- Построение вывода из гипотез
- Построение вывода из гипотез при помощи теоремы дедукции
- Построение деревьев секвенций
- Исследование системы аксиом при помощи построения моделей
- Построение вывода из аксиом исчисления предикатов

На практических занятиях решаются задачи по теме занятия.

### Требования к самостоятельной работе обучающихся

1. Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.
2. Выполнение домашнего задания, предусматривающего решение задач, выполнение упражнений, выдаваемых на практических занятиях, по всем темам из п. 6

настоящей рабочей программы.

Руководствуясь положениями статьи 47 и статьи 48 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» научно-педагогические работники и иные лица, привлекаемые университетом к реализации данной образовательной программы, пользуются предоставленными академическими правами и свободами в части свободы преподавания, свободы от вмешательства в профессиональную деятельность; свободы выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания; права на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ и методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы и отдельной дисциплины.

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане).

Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

## **7. Методические рекомендации по видам занятий**

**Лекционные занятия.**

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

**Практические и семинарские занятия.**

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения, контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

**Самостоятельная работа.**

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретным ситуациям из практики, подготовке

индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

## 8. Фонд оценочных средств

### 8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

| Контролируемые разделы (темы) дисциплины     | Индекс контролируемой компетенции (или её части) | Оценочные средства по этапам формирования компетенций |
|--|--|---|
|  |  | текущий контроль по дисциплине                        |
| Раздел 1. Высказывания, предикаты, кванторы. | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3                    | Опрос, контрольная работа.                            |
| Раздел 2. Булевы функции.                    | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3                    | Опрос, контрольная работа                             |
| Раздел 3. Исчисление высказываний.           | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3                    | Опрос, контрольная работа                             |

### 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности процессе текущего контроля

**Примеры вопросов для устного опроса:**

По Теме 1. Высказывания, предикаты, кванторы

- Отрицание высказывания (таблица истинности)
- Конъюнкция двух высказываний (таблица истинности)
- Дизъюнкция двух высказываний (таблица истинности)
- Импликация двух высказываний (таблица истинности)
- Эквиваленция двух высказываний (таблица истинности)
- Формула алгебры высказываний (индуктивное определение)
- Логическое значение ф.а.в. на наборе констант
- Выполнимая ф.а.в.
- Тавтология
- Опровержимая ф.а.в.
- Тожественно ложная ф.а.в.
- Равносильные ф.а.в.
- Дистрибутивность конъюнкции относительно дизъюнкции

- Дистрибутивность дизъюнкции относительно конъюнкции
- Законы поглощения для конъюнкции и для дизъюнкции
- Законы де Моргана для конъюнкции и для дизъюнкции
- Одноместный предикат, предметная область
- Равносильные предикаты
- Множество истинности предиката
- Отрицание предиката
- Конъюнкция предикатов
- Дизъюнкция предикатов
- Импликация предикатов
- Эквиваленция предикатов
- Тождественно истинный и тождественно ложный предикаты
- Квантор общности
- Квантор существования
- Формула логики предикатов

### По Теме 2. Булевы функции

- Булева функция от  $n$  переменных. Равные булевы функции
- Суперпозиция булевых функций.
- Полином Жегалкина от  $n$  переменных.
- Полная система булевых функций
- *Теорема* (о полиноме Жегалкина)
- Линейная булева функция.
- Замкнутый класс булевых функций.
- Функция, сохраняющая нуль. Функция, сохраняющая единицу
- Функция, двойственная к данной. Самодвойственная функция.
- Монотонная булева функция.
- Замыкание  $[F]$  системы  $F$  булевых функций.
- Теорема Поста (критерий полноты системы б. ф.)

### По Теме 3. Исчисление высказываний

- Формула исчисления высказываний
- Схема аксиом A1
- Схема аксиом A2
- Схема аксиом A3 (по нашим лекциям)
- Схема аксиом A3 (по Игошину)
- Правило *modus ponens*
- Вывод из аксиом, выводимая формула
- Вывод из гипотез
- Свойство конечности
- Свойство транзитивности
- Свойство «перебрасывания»
- Теорема дедукции, идея ее доказательства
- Два следствия теоремы дедукции
- Свойство подстановки
- Непротиворечивое исчисление высказываний
- Идея доказательства Леммы (Шаги 1 – 3)
- Доказательство Теоремы о непротиворечивости
- Полное исчисление высказываний

## Типовые контрольные задания:

### Тема: Высказывания, предикаты, кванторы

| № задания | Условие  |
|-----------|--|
| 1         | Решите логическую задачу:<br>Однажды на острове рыцарей и лжецов следователю пришлось одновременно опрашивать трех свидетелей: Клода, Жака и Дика. Их показания противоречили друг другу, и каждый обвинял кого-нибудь во лжи<br>1) Клод утверждал, что Жак лжет.<br>2) Жак обвинял во лжи Дика.<br>3) Дик сообщил, что оба — и Клод и Жак — лжецы.<br>Кто из свидетелей говорил правду? |
| 2         | С помощью таблиц истинности убедиться, что формулы F и G равносильны. Построить цепочку равносильных преобразований, связывающих F и G:  |
| 3         | Дана формула алгебры высказываний. С помощью таблицы истинности постройте ее СДНФ и СКНФ.  |
| 4         | Определите логическое значение высказывания<br><br>где переменные принимают значения:<br>1) из множества ;<br>2) из множества<br>3) из множества   |
| 5         | Известно, что для предикатов $P(x)$ и $Q(x)$ , заданных на некотором множестве $M$ , высказывание $A$ ложно. Может ли высказывание $B$ быть истинным? ложным? Ответ обосновать.  |

### Тема: Булевы функции

| № задания | Условие   |
|-----------|---|
| 1         | Дана булева функция $f(x, y, z)$ . Найти представляющий ее полином Жегалкина двумя способами:<br><br>СПОСОБ 1. Нахождение неизвестных коэффициентов полинома Жегалкина по таблице значений данной булевой функции.<br>СПОСОБ 2. Цепочка тождественных преобразований выражения для данной булевой функции на основе свойств булевых функций (с обязательными ссылками). |
| 2         | Дана булева функция $f(x, y, z)$ . Найти двойственную к ней булеву функцию, результат представить в виде СДНФ.  |
| 3         | Дана булева функция $f(x, y, z)$ . Выяснить, является ли она монотонной   |
| 4         | Подсчитайте число всех булевых функций трех переменных $x, y, z$ , принадлежащих классу   |

|   |   |
|---|---|
| 5 | <p>Пусть система <math>F</math> содержит лишь булеву функцию .<br/>         Для каждой из следующих булевых функций:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• отрицание ,</li> <li>• константа 0,</li> <li>• константа 1,</li> <li>• конъюнкция ,</li> <li>• дизъюнкция ;</li> </ul> <p>покажите, что она принадлежит замыканию <math>[F]</math>, выразив эту функцию через функцию . Либо покажите, что она не принадлежит замыканию <math>[F]</math>.</p> |
|---|---|

Тема: Исчисление высказываний

| № задания | Условие  |  |       |   |       |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |
|-----------|--|--|-------|---|-------|---|---|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|--|---|---|---|---|
| 1         | Построить вывод формулы из аксиом исчисления высказываний  |  |       |   |       |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |
| 2         | Построить вывод формулы из гипотез   |  |       |   |       |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |
| 3         | <p>Выясните, является ли данная формула 0-выделенной в рамках заданной модели исчисления высказываний</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">A \ B</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td></td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td></td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table> |  |       |   | A \ B | 0 | 1 | 2 | 0 | 2 |  | 0 | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 |  | 1 | 0 | 0 | 2 | 2 | 1 |  | 2 | 0 | 0 | 0 |
|           |  |  | A \ B | 0 | 1     | 2 |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |
| 0         | 2  |  | 0     | 0 | 1     | 2 |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |
| 1         | 0  |  | 1     | 0 | 0     | 2 |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |
| 2         | 1  |  | 2     | 0 | 0     | 0 |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |

### 8.3. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации по дисциплине

#### Вопросы для промежуточного контроля (зачета)

##### Часть 1

- Отрицание высказывания (таблица истинности)
- Конъюнкция двух высказываний (таблица истинности)
- Дизъюнкция двух высказываний (таблица истинности)
- Импликация двух высказываний (таблица истинности)
- Эквиваленция двух высказываний (таблица истинности)
- Формула алгебры высказываний (индуктивное определение)
- Логическое значение ф.а.в. на наборе констант
- Выполнимая ф.а.в.
- Тавтология
- Опровержимая ф.а.в.
- Тождественно ложная ф.а.в.
- равносильные ф.а.в.
- Дистрибутивность конъюнкции относительно дизъюнкции
- Дистрибутивность дизъюнкции относительно конъюнкции
- Законы поглощения для конъюнкции и для дизъюнкции



- Законы де Моргана для конъюнкции и для дизъюнкции
- Одноместный предикат, предметная область
- Равносильные предикаты
- Множество истинности предиката
- Отрицание предиката
- Конъюнкция предикатов
- Дизъюнкция предикатов
- Импликация предикатов
- Эквиваленция предикатов
- Тождественно истинный и тождественно ложный предикаты
- Квантор общности
- Квантор существования
- Формула логики предикатов
- Булева функция от  $n$  переменных. Равные булевы функции
- Суперпозиция булевых функций.
- Полином Жегалкина от  $n$  переменных.
- Полная система булевых функций
- *Теорема* (о полиноме Жегалкина)
- Линейная булева функция.
- Замкнутый класс булевых функций.
- Функция, сохраняющая нуль. Функция, сохраняющая единицу
- Функция, двойственная к данной. Самодвойственная функция.
- Монотонная булева функция.
- Замыкание  $[F]$  системы  $F$  булевых функций.
- Теорема Поста (критерий полноты системы б. ф.)
- Формула исчисления высказываний
- Схема аксиом A1
- Схема аксиом A2
- Схема аксиом A3 (по нашим лекциям)
- Схема аксиом A3 (по Игошину)
- Правило *modus ponens*
- Вывод из аксиом, выводимая формула
- Вывод из гипотез
- Свойство конечности
- Свойство транзитивности
- Свойство «перебрасывания»
- Теорема дедукции, идея ее доказательства
- Два следствия теоремы дедукции
- Свойство подстановки
- Непротиворечивое исчисление высказываний
- Идея доказательства Леммы (Шаги 1 – 3)
- Доказательство Теоремы о непротиворечивости
- Полное исчисление высказываний

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

| Уровни | Содержательное описание уровня | Основные признаки выделения уровня (этапы | Пятибалльная шкала (академическая) оценка | Двухбалльная шкала, зачет | БРС, % освоения (рейтинг овая |
|--------|--------------------------------|---|---|---------------------------|-------------------------------|
|--------|--------------------------------|---|---|---------------------------|-------------------------------|

|               |   |  |               |         |         |
|---------------|---|--|---------------|---------|---------|
|               |   | формировани<br>я<br>компетенции,<br>критерии<br>оценки<br>сформирован<br>ности)  |               |         | оценка) |
| Повышенный    | Творческая<br>деятельность  | <i>Включает<br/>нижестоящи<br/>й уровень.</i><br>Умение<br>самостоятель<br>но принимать<br>решение,<br>решать<br>проблему/зада<br>чу<br>теоретическог<br>о и<br>прикладного<br>характера на<br>основе<br>изученных<br>методов,<br>приемов,<br>технологий   | отлично       | зачтено | 86-100  |
| Базовый       | Применение<br>знаний и<br>умений в<br>более<br>широких<br>контекстах<br>учебной и<br>профессиона<br>льной<br>деятельности,<br>нежели по<br>образцу с<br>большой<br>степени<br>самостоятель<br>ности и<br>инициативы | <i>Включает<br/>нижестоящи<br/>й уровень.</i><br>Способность<br>собирать,<br>систематизир<br>овать,<br>анализировать<br>и грамотно<br>использовать<br>информацию<br>из<br>самостоятель<br>но найденных<br>теоретически<br>х источников<br>и<br>иллюстрирова<br>ть ими<br>теоретические<br>положения<br>или<br>обосновывать<br>практику<br>применения | хорошо        |         | 71-85   |
| Удовлетворите | Репродуктив   | Изложение в  | удовлетворите |         | 55-70   |

|                        |  |   |                         |               |          |
|------------------------|--|---|-------------------------|---------------|----------|
| льный<br>(достаточный) | ная<br>деятельность                      | пределах<br>задач курса<br>теоретически<br>и практически<br>контролируем<br>ого материала | льно                    |               |          |
| Недостаточный          | Отсутствие<br>удовлетворительного уровня | признаков   | неудовлетвори<br>тельно | не<br>зачтено | Менее 55 |

## 9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

### Основная литература

- Игошин, В. И. Математическая логика : учебное пособие / В.И. Игошин. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 399 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011691-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1902069> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Игошин, В. И. Сборник задач по математической логике и теории алгоритмов : учебное пособие / В. И. Игошин. - Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2019. - 392 с. - ISBN 978-5-906818-08-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/986940> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Гринченков, Д. В. Математическая логика и теория алгоритмов для программистов [Электронный ресурс]: учеб. пособие для вузов/ Д. В. Гринченков, С. И. Потоцкий. - Москва: КноРус, 2014. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM), 206 с.. - (Бакалавриат). - Библиогр.: с. 205-206 (24 назв.). - Лицензия до 2021 г.. - ISBN 978-5-406-04041-6: 15.000 р. Имеются экземпляры в отделах /There are copies in departments: всего /all 2: ЭБС Кантиана(1), ч.з.N1(1) Свободны / free: ЭБС Кантиана(1), ч.з.N1(1)

### Дополнительная литература

- Пруцков, А. В. Математическая логика и теория алгоритмов: Учебник / Пруцков А.В., Волкова Л.Л. - Москва :КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 152 с.: - (Бакалавриат). - ISBN 978-5-906818-74-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/956763> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Попов, Ю.И. Практикум. Элементы математической логики [Электронный ресурс]: учеб.-метод. пособие/ Ю. И. Попов. - Калининград: Калинингр. гор. тип., 2001. - 80 с.. - Библиогр.:с.79. - Бессрочная лицензия. - ISBN 5-87869-093-4: 25.00 р. Имеются экземпляры в отделах /There are copies in departments: всего /all 2: ЭБС Кантиана(1), ИБО(1) Свободны / free: ЭБС Кантиана(1), ИБО(1)
- Башашина, К. В. Элементы математической логики [Электронный ресурс]: учеб. пособие/ К. В. Башашина, Ю. И. Попов; Балт. федер. ун-т им. И. Канта. - Калининград: БФУ им. И. Канта, 2015 on-line, 147 с.. - Бессрочная лицензия. - ISBN

978-5-9971-0342-2: Б.ц. Имеются экземпляры в отделах /There are copies in departments: ЭБС Кантиана(1) Свободны / free: ЭБС Кантиана(1)

#### **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладов конференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента
- ПРОСПЕКТ ЭБС
- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН
- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

Программное обеспечение обучения включает в себя:

- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;
- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;
- корпоративная платформа;
- установленное на рабочих местах обучающихся ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security.
- специализированное ПО не требуется.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости) используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

#### 4.5. Программа дисциплины «Дифференциальные уравнения»

##### 1. Наименование дисциплины: «Дифференциальные уравнения».

**Цель** дисциплины: целью освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» является фундаментальная подготовка обучающихся в области дифференциальных уравнений.

##### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код компетенции   | Результаты освоения образовательной программы (ИДК)  | Результаты обучения по дисциплине   |
|---|--|---|
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.   | ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.<br>ОПК-1.2. Решает задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук.<br>ОПК-1.3. Выбирает методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. | - <b>знать:</b> основные понятия теории дифференциальных уравнений и основные типы задач, возникающих в теории дифференциальных уравнений;<br>- <b>уметь:</b> понять поставленную задачу и использовать аппарат дифференциальных уравнений в процессе ее решения; на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат; использовать полученные знания в профессиональной деятельности;<br>- <b>владеть:</b> практическими навыками решения обыкновенных дифференциальных уравнений, систем дифференциальных уравнений, исследования решений на устойчивость. |
| ОПК-3. Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных | ОПК-3.1 – Разрабатывает алгоритмические и программные решения в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей<br>ОПК-3.2 – Создает информационные ресурсы   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Знать:</b> корректные постановки классических задач, возможные сферы их приложений;</li> <li>• <b>уметь:</b> ориентироваться в постановках задач; на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат; передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления;</li> </ul>  |

|   |  |  |
|---|--|--|
| <p>моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям</p> | <p>глобальных сетей, образовательный контент, прикладные базы данных ОПК-3.3. Применяет тесты и средства тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям</p> | <p>модифицировать классические задачи дифференциальных уравнений для их использования в профессиональной деятельности;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>владеть:</b> практическими навыками применения стандартных алгоритмов решения типовых дифференциальных уравнений, систем дифференциальных уравнений и исследования их решений на устойчивость.</li> </ul> |
|---|--|--|

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Дифференциальные уравнения» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.12) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы обучающегося и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством электронной информационно-образовательной среды университета с использованием ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий

### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане). Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым

образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

| № | Наименование раздела                                       | Содержание раздела  |
|---|--|---|
| 1 | Общие понятия теории дифференциальных уравнений            | Понятие дифференциального уравнения и его решения. Уравнение скорости падения тела. Уравнение цепной линии. Общие определения в теории дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения. Интегралы дифференциального уравнения. Пример с общим, частным и вырожденным решением. Интерпретация решений дифференциальных уравнений с помощью изоклин.  |
| 2 | Дифференциальные уравнения первого порядка                 | Элементарные приемы интегрирования. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и приводящиеся к ним линейные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах и интегрирующий множитель. Уравнение Бернулли. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро.  |
| 3 | Приложения дифференциальных уравнений к геометрии и физике | Огибающая семейства кривых. Дискриминантная кривая. Кривая особых точек. Особое решение дифференциального уравнения первого порядка. Ортогональные и изогональные траектории. Дифференциальное уравнение скорости падения тел. Дифференциальное уравнение массы радия при распаде. Огибающая траекторий полета снарядов. Линии тока как ортогональные траектории эквипотенциальных поверхностей. Дифференциальное уравнение цепной линии. Закон постоянства суммы кинетической и потенциальной энергии. Задача о второй космической скорости. Движение материальной точки с переменной скоростью под действием непостоянной силы. |
| 4 | Дифференциальные уравнения высших порядков                 | Общие понятия для дифференциальных уравнений высших порядков. Простейшие уравнения высших порядков. Дифференциального уравнения второго порядка, приводимые к уравнениям первого порядка: без искомой функции, без аргумента.   |
| 5 | Линейные однородные уравнения                              | Свойства линейных однородных уравнений второго порядка. Определитель Вронского, формула Лиувилля–Остроградского. Однородные линейные уравнения второго и высшего порядков с постоянными коэффициентами. Фундаментальные системы решений и общее решение линейного однородного уравнения высшего порядка.  |
| 6 | Линейные неоднородные уравнения второго порядка            | Теорема об общем решении неоднородного дифференциального уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Нахождение частного решения в случае. Когда правая часть уравнения есть сумма двух функций. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными  |

|    |  |   |
|----|--|---|
|    |  | коэффициентами. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения высших порядков.   |
| 7  | Системы обыкновенных дифференциальных уравнений                                    | Сведение системы дифференциальных уравнений к одному дифференциальному уравнению высшего порядка. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы уравнений. Неоднородные линейные системы дифференциальных уравнений. Неоднородные системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида (квазимногочлен). |
| 8  | Устойчивость.  | Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость. Критерий устойчивости линейной системы с постоянными коэффициентами. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Функция Ляпунова.  |
| 9  | Решения дифференциальных уравнений в окрестностях особых точек. Фазовая плоскость. | Однородное дифференциальное уравнение второго порядка, присоединенное к системе, его характеристическое уравнение. Различные случаи для корней характеристического уравнения. Фазовая плоскость. Топология фазовых кривых. Классификация особых точек на плоскости: узел, седло, фокус, центр. Предельный цикл. Критерий устойчивости и его применение.   |
| 10 | Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка.        | Характеристики. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (для двух переменных).  |

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Рекомендуемая тематика учебных занятий *лекционного* типа (предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

| № | Наименование раздела                            | Темы лекций   |
|---|---|---|
| 1 | Общие понятия теории дифференциальных уравнений | Лекция 1. Понятие дифференциального уравнения и его решения.<br>Лекция 2. Общие понятия теории дифференциальных уравнений.<br>Лекция 3. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения.  |
| 2 | Дифференциальные уравнения первого порядка      | Лекция 4. Элементарные приемы интегрирования. Уравнения с разделяющимися переменными.<br>Лекция 5. Однородные уравнения и приводящиеся к ним линейные уравнения.<br>Лекция 6. Уравнения в полных дифференциалах и |



|   |   |  |
|---|---|--|
|   |   | интегрирующий множитель.<br>Лекция 7. Уравнение Бернулли. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро.  |
| 3 | Приложения дифференциальных уравнений к геометрии и физике              | Лекция 8. Приложения дифференциальных уравнений к геометрии.<br>Лекция 9. Приложения дифференциальных уравнений к физике.  |
| 4 | Дифференциальные уравнения высших порядков                              | Лекция 10. Общие понятия для дифференциальных уравнений высших порядков.<br>Лекция 11. Простейшие уравнения высших порядков. Лекции 12-13. Дифференциального уравнения второго порядка, приводимые к уравнениям первого порядка: без искомой функции, без аргумента.   |
| 5 | Линейные однородные уравнения   | Лекция 14. Свойства линейных однородных уравнений второго порядка. Определитель Вронского, формула Лиувилля–Остроградского.<br>Лекция 15. Однородные линейные уравнения второго и высшего порядков с постоянными коэффициентами.<br>Лекция 16. Фундаментальные системы решений и общее решение линейного однородного уравнения высшего порядка.  |
| 6 | Линейные неоднородные уравнения второго порядка                         | Лекция 17. Теорема об общем решении неоднородного дифференциального уравнения..<br>Лекция 18. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.<br>Лекция 19. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения высших порядков.   |
| 7 | Системы обыкновенных дифференциальных уравнений                         | Лекция 20. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.<br>Лекция 21. Фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы уравнений.<br>Лекция 22. Неоднородные линейные системы дифференциальных уравнений.<br>Лекция 23. Неоднородные системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида (квазимногочлен). |
| 8 | Устойчивость.   | Лекции 24 -25. Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость.<br>Лекции 26-27. Критерий устойчивости линейной системы с постоянными коэффициентами.<br>Лекции 28-29. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Функция Ляпунова.  |
| 9 | Решения дифференциальных уравнений в окрестностях особых точек. Фазовая | Лекция 30. Однородное дифференциальное уравнение второго порядка, присоединенное к системе, его характеристическое уравнение.<br>Лекция 31. Различные случаи для корней характеристического уравнения. Фазовая плоскость.  |

|    |   |  |
|----|---|--|
|    | плоскость.  | Топология фазовых кривых.<br>Лекция 32. Классификация особых точек на плоскости: узел, седло, фокус, центр. Предельный цикл. Критерий устойчивости и его применение. |
| 10 | Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. | Лекции 33-34. Характеристики. Задача Коши.<br>Лекции 35-36. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (для двух переменных).                        |

### Рекомендуемая тематика *практических* занятий:

- Понятие дифференциального уравнения и его решения. Интегральные кривые, поле направлений, изоклины.
- Уравнения с разделяющимися переменными. Задачи, приводящие к уравнениям с разделяющимися переменными.
- Однородные уравнения.
- Линейные уравнения.
- Уравнение Бернулли.
- Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
- Метод введения параметра, уравнения Лагранжа и Клеро.
- Линейная зависимость и независимость функций. Определитель Вронского.
- Формула Лиувилля–Остроградского.
- Фундаментальные системы и общее решение линейного однородного уравнения.
- Неоднородные линейные уравнения. Метод вариации постоянных.
- Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
- Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида.
- Фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы.
- Неоднородные линейные системы. Метод вариации постоянных.
- Однородные линейные системы с постоянными коэффициентами.
- Неоднородные линейные и системы с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида.
- Экспонента матрицы.
- Фазовые кривые, фазовый портрет.
- Краевые задачи, функция Грина.
- Устойчивость. Критерий устойчивости линейной системы с постоянными коэффициентами. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
- Особые точки на плоскости: узел, седло, фокус, центр. Предельный цикл.
- Уравнения в вариациях.
- Первые интегралы автономной системы.
- Характеристики. Задача Коши.

На практических занятиях решаются задачи по теме занятия.

### Требования к самостоятельной работе обучающихся

1. Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.

2. Выполнение домашнего задания, предусматривающего решение задач, выполнение упражнений, выдаваемых на практических занятиях, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.

Руководствуясь положениями статьи 47 и статьи 48 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» научно-педагогические работники и иные лица, привлекаемые университетом к реализации данной образовательной программы, пользуются предоставленными академическими правами и свободами в части свободы преподавания, свободы от вмешательства в профессиональную деятельность; свободы выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания; права на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ и методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы и отдельной дисциплины.

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане).

Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

## **7. Методические рекомендации по видам занятий**

Лекционные занятия.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Практические и семинарские занятия.

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения, контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

Самостоятельная работа.

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретных ситуаций из практики, подготовке индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

## 8. Фонд оценочных средств

### 8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

| Контролируемые разделы (темы) дисциплины   | Индекс контролируемой компетенции (или её части) | Оценочные средства по этапам формирования компетенций |
|--|--|---|
|  |  | текущий контроль по дисциплине                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Общие понятия теории дифференциальных уравнений</li> </ul>            | ОПК-1<br>ОПК-3                                   | Опрос, решение задач.                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Дифференциальные уравнения первого порядка</li> </ul>                 | ОПК-1<br>ОПК-3                                   | Опрос, решение задач, контрольная работа              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Приложения дифференциальных уравнений к геометрии и физике</li> </ul> | ОПК-1<br>ОПК-3                                   | Опрос, решение задач                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Дифференциальные уравнения высших порядков</li> </ul>                 | ОПК-1<br>ОПК-3                                   | Опрос, решение задач                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Линейные однородные уравнения</li> </ul>                              | ОПК-1<br>ОПК-3                                   | Опрос, решение задач                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Линейные неоднородные уравнения второго порядка</li> </ul>            | ОПК-1<br>ОПК-3                                   | Опрос, решение задач                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Системы обыкновенных дифференциальных уравнений</li> </ul>            | ОПК-1<br>ОПК-3                                   | Опрос, решение задач,                                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Устойчивость.</li> </ul>  | ОПК-1<br>ОПК-3                                   | Опрос, решение задач, контрольная работа              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Решения дифференциальных уравнений</li> </ul>                         | ОПК-1<br>ОПК-3                                   | Опрос, решение задач                                  |

|   |                   |                |                      |
|---|-------------------|----------------|----------------------|
| окрестностях<br>точек.<br>плоскость.  | особых<br>Фазовая |                |                      |
| • Линейные и<br>квазилинейные<br>уравнения с частными<br>производными первого<br>порядка. |                   | ОПК-1<br>ОПК-3 | Опрос, решение задач |

## 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности процессе текущего контроля

### Примеры вопросов для устного опроса:

#### По Теме 2. Дифференциальные уравнения первого порядка

1. Что называется обыкновенным дифференциальным уравнением?
2. Что такое порядок дифференциального уравнения?
3. Что называется решением дифференциального уравнения?
4. Что такое интеграл дифференциального уравнения?
5. Как формулируется теорема о существовании и единственности дифференциального уравнения?
6. Что называется общим решением дифференциального уравнения первого порядка?
7. Что такое общий интеграл дифференциального уравнения первого порядка?
8. Как задаются начальные условия, для чего они нужны?
9. Что такое изоклины?
10. Что представляет собой особое решение дифференциального уравнения?

#### По Теме 4. Дифференциальные уравнения высших порядков

1. В каких случаях уравнения 2-го порядка приводятся к уравнениям 1-го порядка?
2. Какое уравнение n-го порядка называется линейным?
3. Каковы свойства решений линейного однородного уравнения?
4. Как выражается определитель Вронского?
5. Какой вид имеют решения линейного однородного уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами?
6. Как формулируется теорема об общем решении неоднородного уравнения?
7. Какова идея метода вариации произвольных постоянных?
8. Как искать частное решение линейного уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами?
9. Какой вид имеет нормальная система обыкновенных дифференциальных уравнений?
10. Какова идея решения системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами?

### Типовые контрольные задания:

#### Тема: Дифференциальные уравнения первого порядка

1. Решить уравнение  $(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0$ .

2. Решить уравнение  $y' = 2 \left( \frac{y+2}{x+y-1} \right)^2$ .
3. Решить уравнение  $y' + y \operatorname{tg} x = \sec x$ .
4. Решить уравнение  $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$ .
5. Решить уравнение  $y^2(ydx - 2xdy) = x^3(xdy - 2ydx)$ .
6. Решить уравнение  $y = xy' - y'^2$ .

Тема: Исследование на устойчивость уравнений и систем

1. Исследовать на устойчивость решение задачи Коши  $\dot{x} = 4 - t^2x$ ,  $x(0) = 0$ .
2. Исследовать на устойчивость с помощью теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению нулевое решение системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{x+2y} - \cos 3x, \\ \dot{y} = \sqrt{4 + 8x} - 2e^y. \end{cases}$$

3. Найти все положения равновесия системы и исследовать их на устойчивость:

$$\begin{cases} \dot{x} = (x - 1)(y - 1), \\ \dot{y} = xy - 2. \end{cases}$$

### 8.3. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации по дисциплине

#### Вопросы для промежуточного контроля (зачета)

- Понятие дифференциального уравнения и его решения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
- Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Теорема существования и единственности (формулировка). Геометрическая интерпретация уравнения 1-го порядка, разрешённого относительно производной и его решения.
- Уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными.
- Однородные уравнения и приводимые к ним.
- Линейные уравнения.
- Уравнение Бернулли.
- Уравнения в полных дифференциалах.
- Интегрирующий множитель.
- Дифференциальные уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной.
- Уравнения Лагранжа и Клеро.

#### Вопросы для промежуточного контроля (экзамена)

- Особые решения.
- Дифференциальные уравнения высших порядков. Теоремы существования и единственности (формулировка). Методы понижения порядка уравнения.
- Доказательство теоремы существования и единственности решения для дифференциального уравнения первого порядка. Метод последовательных

приближений. Пример.

- Системы дифференциальных уравнений. Нормальная система дифференциальных уравнений. Сведение дифференциального уравнения порядка  $n$  к нормальной системе  $n$ -го порядка и обратная задача.
- Теорема существования и единственности для нормальной системы уравнений.
- Продолжение решений нормальной системы. Непродолжаемые решения.
- Линейные дифференциальные уравнения высших порядков и линейные системы с переменными коэффициентами. Область существования решения.
- Линейные однородные уравнения. Векторное пространство решений.
- Линейная зависимость функций и определитель Вронского.
- Формула Лиувилля–Остроградского.
- Фундаментальная система и общее решение линейного однородного дифференциального уравнения.
- Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
- Линейные неоднородные уравнения. Метод вариации постоянных.
- Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида.
- Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
- Неоднородные системы линейных дифференциальных уравнений. Метод вариации.
- Неоднородные системы линейных дифференциальных уравнений с неоднородностями специального вида.
- Непрерывная зависимость решения от начальных данных параметров.
- Дифференцируемость решения по начальным данным и параметрам.
- Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
- Фазовые траектории двумерной линейной системы с постоянными коэффициентами.
- Особые точки: седло, узел, фокус, центр.
- Первые интегралы системы дифференциальных уравнений.
- Линейные уравнения с частными производными первого порядка.
- Квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики.
- Теорема существования и единственности решения задачи Коши для квазилинейного уравнения с частными производными 1-го порядка (для двух независимых переменных).

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

| Уровни | Содержательное описание уровня | Основные признаки выделения уровня (этапы формирования компетенции, критерии оценки сформированности) | Пятибалльная шкала (академическая) оценка | Двухбалльная шкала, зачет | БРС, % освоения (рейтинговая оценка) |
|--------|--------------------------------|---|---|---------------------------|--------------------------------------|
|        |                                |   |   |                           |                                      |

|                                  |   |  |                   |         |        |
|----------------------------------|---|--|-------------------|---------|--------|
|                                  |   | ности)   |                   |         |        |
| Повышенный                       | Творческая деятельность   | <i>Включает нижестоящий уровень.</i><br>Умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического и прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий  | отлично           | зачтено | 86-100 |
| Базовый                          | Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу с большей степени самостоятельности и инициативы | <i>Включает нижестоящий уровень.</i><br>Способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения | хорошо            |         | 71-85  |
| Удовлетворительный (достаточный) | Репродуктивная деятельность   | Изложение в пределах задач курса теоретически и практически контролируемого материала  | удовлетворительно |         | 55-70  |



|               |   |                     |            |          |
|---------------|---|---------------------|------------|----------|
| Недостаточный | Отсутствие признаков удовлетворительного уровня | неудовлетворительно | не зачтено | Менее 55 |
|---------------|---|---------------------|------------|----------|

## 9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

### Основная литература

- Осадчий, Ю. М. Дифференциальные уравнения: учеб. пособие / Ю.М. Осадчий. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 157 с. - ISBN 978-5-16-107965-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1039633> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

### Дополнительная литература

- Коган, Е. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учебное пособие / Е. А. Коган. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 293 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015817-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1058922> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах : учебное пособие / Г. С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 348 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015971-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072182> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Пантелеева, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс : учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. - Москва : 2020. - 384 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-465-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1213064> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

## 10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладов конференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента
- ПРОСПЕКТ ЭБС
- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН
- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

## 11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Программное обеспечение обучения включает в себя:

- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование

- электронных образовательных ресурсов;
- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;
- корпоративная платформа;
- установленное на рабочих местах обучающихся ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security.
- специализированное ПО не требуется.

## 12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости) используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

### 4.6. Программа дисциплины «Комплексный анализ»

#### 1. Наименование дисциплины: «Комплексный анализ».

**Цель** дисциплины: целью освоения дисциплины «Комплексный анализ» является фундаментальная подготовка обучающихся в области комплексного анализа.

#### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код компетенции  | Результаты освоения образовательной программы (ИДК)  | Результаты обучения по дисциплине   |
|--|--|---|
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в | ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. | - <b>знать:</b> основные понятия комплексного анализа (предел, непрерывность, дифференцируемость, многозначные функции, ряд |

|   |   |   |
|---|---|---|
| <p>области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</p> | <p>ОПК-1.2. Решает задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук.<br/>ОПК-1.3. Выбирает методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p> | <p>Лорана, основы теории вычетов); возможные сферы приложения методов решения практических задач средствами комплексного анализа, в том числе в компьютерном моделировании прикладных задач.<br/>- <b>уметь:</b> использовать полученные теоретические знания для решения конкретных прикладных задач, производить математические расчеты в стандартных постановках, производить содержательный анализ результатов вычислений; формулировать задачу, используя логический и вычислительный аппарат комплексного анализа; использовать полученные знания в профессиональной деятельности.<br/>- <b>владеть:</b> профессиональным языком предметной области; навыками применения теоретических основ комплексного анализа в практической деятельности; навыками формализации математических задач, составления алгоритмов решения, используемых для программирования.</p> |
|---|---|---|

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Комплексный анализ» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.12) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы обучающегося и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством

электронной информационно-образовательной среды университета с использованием ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий

## 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане). Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

| № | Наименование раздела                                | Содержание раздела   |
|---|---|--|
| 1 | Введение в комплексный анализ                       | Понятие о дисциплине. Основные определения и факты, связанные с комплексными числами. Топология комплексной плоскости. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана, стереографическая проекция, сферическое расстояние. Топология (расширенной) комплексной плоскости. Предел, непрерывность.  |
| 2 | Дифференцируемость функций комплексного переменного | Дифференцируемые функции комплексного переменного. Правила дифференцирования (производная и арифметические операции, производная сложной функции, производная обратной функции). Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Понятие о конформных отображениях. Однолиственность. Принцип сохранения области. Критерий локальной однолиственности.  |
| 3 | Элементарные аналитические функции                  | Степенная функция с натуральным показателем, полиномы. Линейная и дробно-линейная функции. Конформность и групповое свойство. Круговое свойство. Неподвижные точки. Сохранение симметрии. Функция Жуковского. Профили Жуковского. Автоморфизмы единичного круга. Понятие о теореме Римана о конформной эквивалентности односвязных областей и о соответствии границ при конформном отображении. Понятие о многозначных аналитических функциях, их точках ветвления. Показательная функция и ее свойства (групповое |

|   |  |  |
|---|--|--|
|   |  | свойство, формула Эйлера, экспоненциальная форма записи комплексных чисел, множество значений, периодичность). Тригонометрические функции и их свойства (четность, периодичность, формулы сложения, множества значений). Гиперболические функции и их свойства (связь с тригонометрическими функциями, формулы сложения, множества значений). Обратные тригонометрические и гиперболические функции. (свойства, выделение однозначной ветви). Логарифмическая функция и ее главное значение, свойства (связь с экспоненциальной функцией, групповое свойство, выделение однозначной ветви). Степенная функция и степень ее многозначности в зависимости от показателя (случаи целого, рационального и иррационального действительного показателя). |
| 4 | Интегрирование функций комплексного переменного  | Пути и кривые на плоскости. Комплексные криволинейные интегралы. Первообразная, формула Ньютона – Лейбница. Интегральная теорема Коши для простого и составного контуров. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных аналитических функций. Теорема Морера. Гармонические функции, их связь с аналитическими. Принцип максимума, теорема единственности, теорема о среднем. Интегралы Пуассона и Шварца.  |
| 5 | Последовательности и ряды аналитических функций  | Функциональные последовательности и ряды. Видимость сходимости. Сходимость, равномерная внутри области. Теорема Вейерштрасса о последовательностях и рядах аналитических функций. Теорема Рунге. Степенной ряд, теорема Абеля. Радиус сходимости. Формула Коши – Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения, ряд Тейлора. Действия со степенными рядами. Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций.  |
| 6 | Ряд Лорана и особые точки однозначного характера | Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения. Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши. Теорема об устранимой особой точке, теорема Лиувилля. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Полюс и существенно особая точка. Случай бесконечно удаленной точки. Теорема Сохоцкого, понятие о теореме Пикара.   |
| 7 | Теория вычетов и ее                              | Определение вычета, теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов. Применение к  |

|            |   |
|------------|---|
| приложения | вычислению интегралов. Логарифмический вычет, принцип аргумента. Теорема Руше, теорема Гурвица. Принцип сохранения области. |
|------------|---|

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

**Рекомендуемая тематика учебных занятий лекционного типа**  
(предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

| № | Наименование раздела                                | Темы лекций  |
|---|---|--|
| 1 | Введение в комплексный анализ                       | Лекция 1. Понятие о дисциплине. Основные определения и факты, связанные с комплексными числами.<br>Лекция 2. Топология комплексной плоскости. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана, стереографическая проекция, сферическое расстояние. Предел, непрерывность.  |
| 2 | Дифференцируемость функций комплексного переменного | Лекция 3. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Правила дифференцирования (производная и арифметические операции, производная сложной функции, производная обратной функции). Условия Коши-Римана.<br>Лекция 4. Аналитические функции. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Понятие о конформных отображениях. Однолиственность. Принцип сохранения области. Критерий локальной однолиственности.   |
| 3 | Элементарные аналитические функции                  | Лекция 5. Степенная функция с натуральным показателем, полиномы. Линейная и дробно-линейная функции. Конформность и групповое свойство. Круговое свойство. Неподвижные точки. Сохранение симметрии.<br>Лекция 6. Функция Жуковского. Профили Жуковского. Автоморфизмы единичного круга. Понятие о теореме Римана о конформной эквивалентности односвязных областей и о соответствии границ при конформном отображении. Понятие о многозначных аналитических функциях, их точках ветвления.<br>Лекция 7. Показательная функция и ее свойства (групповое свойство, формула Эйлера, экспоненциальная форма записи комплексных чисел, множество значений, периодичность).<br>Лекция 8. Тригонометрические функции и их свойства (четность, периодичность, формулы сложения, множества значений). Гиперболические функции и их свойства (связь с тригонометрическими функциями, формулы |

|   |  |  |
|---|--|--|
|   |  | <p>сложения, множества значений). Обратные тригонометрические и гиперболические функции. (свойства, выделение однозначной ветви).</p> <p>Лекция 9. Логарифмическая функция и ее главное значение, свойства (связь с экспоненциальной функцией, групповое свойство, выделение однозначной ветви). Степенная функция и степень ее многозначности в зависимости от показателя (случай целого, рационального и иррационального действительного показателя).</p>  |
| 4 | Интегрирование функций комплексного переменного  | <p>Лекция 10. Пути и кривые на плоскости. Комплексные криволинейные интегралы. Первообразная, формула Ньютона – Лейбница. Интегральная теорема Коши для простого и составного контуров. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши.</p> <p>Лекция 11. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных аналитических функций. Теорема Морера.</p> <p>Лекция 12. Гармонические функции, их связь с аналитическими. Принцип максимума, теорема единственности, теорема о среднем. Интегралы Пуассона и Шварца.</p>              |
| 5 | Последовательности и ряды аналитических функций  | <p>Лекция 13. Функциональные последовательности и ряды. Виды сходимости. Сходимость, равномерная внутри области. Теорема Вейерштрасса о последовательностях и рядах аналитических функций. Теорема Рунге.</p> <p>Лекция 14. Степенной ряд, теорема Абеля. Радиус сходимости. Формула Коши – Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения, ряд Тейлора. Действия со степенными рядами. Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций.</p> |
| 6 | Ряд Лорана и особые точки однозначного характера | <p>Лекция 15. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения. Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши.</p> <p>Лекция 16. Теорема об устранимой особой точке, теорема Лиувилля. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Полус и существенно особая точка. Случай бесконечно удаленной точки. Теорема Сохоцкого, понятие о теореме Пикара.</p>   |
| 7 | Теория вычетов и ее приложения                   | <p>Лекция 17. Определение вычета, теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов. Применение к вычислению интегралов.</p> <p>Лекция 18. Логарифмический вычет, принцип аргумента. Теорема Руше, теорема Гурвица.</p>  |

### Рекомендуемая тематика *практических* занятий:

- Комплексные числа и операции над ними. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексных чисел.
- Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана, стереографическая проекция.
- Функция комплексной переменной, ее предел и непрерывность.
- Пределы и непрерывность функции комплексной переменной.
- Условия Коши-Римана. Гармонические функции.
- Аналитические функции.
- Элементарные аналитические функции.
- Показательная функция и ее свойства. Логарифмическая функция.
- Комплексные криволинейные интегралы.
- Интегральная теорема Коши.
- Функциональные последовательности и ряды.
- Степенные ряды.
- Ряды Лорана.
- Классификация изолированных особых точек однозначного характера.
- Определение вычета, теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов.
- Приложения теории вычетов.

На практических занятиях решаются задачи по теме занятия.

### Требования к самостоятельной работе обучающихся

1. Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.
2. Выполнение домашнего задания, предусматривающего решение задач, выполнение упражнений, выдаваемых на практических занятиях, по всем темам из п. 6 настоящей рабочей программы.

Руководствуясь положениями статьи 47 и статьи 48 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» научно-педагогические работники и иные лица, привлекаемые университетом к реализации данной образовательной программы, пользуются предоставленными академическими правами и свободами в части свободы преподавания, свободы от вмешательства в профессиональную деятельность; свободы выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания; права на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ и методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы и отдельной дисциплины.

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым



работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане).

Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе с обучающимися очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается обучающимися в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам обучающихся по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

## 7. Методические рекомендации по видам занятий

Лекционные занятия.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Практические и семинарские занятия.

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения, контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

Самостоятельная работа.

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретных ситуаций из практики, подготовке индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

## 8. Фонд оценочных средств

### 8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

| Контролируемые разделы (темы) дисциплины | Индекс контролируемой компетенции | Оценочные средства по этапам формирования компетенций |
|--|-----------------------------------|---|
|  |                                   | текущий контроль по дисциплине                        |

|  | (или её части) |  |
|--|----------------|--|
| 1. Введение в комплексный анализ                       | ОПК-1          | Опрос, решение задач, контрольная работа |
| 2. Дифференцируемость функций комплексного переменного | ОПК-1          | Опрос, решение задач,                    |
| 3. Элементарные аналитические функции                  | ОПК-1          | Опрос, решение задач                     |
| 4. Интегрирование функций комплексного переменного     | ОПК-1          | Опрос, решение задач                     |
| 5. Последовательности и ряды аналитических функций     | ОПК-1          | Опрос, решение задач, контрольная работа |
| 6. Ряд Лорана и особые точки однозначного характера    | ОПК-1          | Опрос, решение задач                     |
| 7. Теория вычетов и ее приложения                      | ОПК-1          | Опрос, решение задач,                    |

## 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности процессе текущего контроля

### Примеры вопросов для устного опроса:

- Комплексные числа.
- Комплексная плоскость.
- Расширенная комплексная плоскость.
- Пути и кривые.
- Области.
- Понятие функции комплексного переменного.
- Предел и непрерывность функции.
- Дифференцируемость и производная.
- Голоморфная функция.
- Геометрическая и гидродинамическая интерпретация.
- Понятие о конформном отображении.
- Дробно-линейные функции и их свойства.
- Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы.
- Степенная функция.
- Показательная функция.
- Тригонометрические функции.
- Понятие интеграла по комплексному переменному.
- Первообразная.
- Гомотопия. Теорема Коши.
- Обобщения теоремы Коши.
- Интегральная формула Коши.
- Ряд Тейлора и его свойства.

- Свойства голоморфных функций.
- Теорема единственности и нули функции.
- Теорема Вейерштрасса.
- Ряд Лорана и его свойства.
- Изолированные особые точки.
- Целые и мероморфные функции.
- Вычеты.
- Применение вычетов.
- Аналитическое продолжение.
- Элементарные многозначные аналитические функции (корень, логарифм, обратные тригонометрические функции, степенная функция, показательная функция).
- Элементарный подход к понятию римановой поверхности.
- Принцип аргумента и теорема Руше.
- Принцип максимума модуля и лемма Шварца.
- Теорема Римана.
- Соответствие границ при конформном отображении.
- Гармонические функции.
- Задача Дирихле.

**Типовые контрольные задания:**

**Контрольная работа по теме:**

**Операции над комплексными числами.**

**Геометрическая интерпретация комплексных чисел.**

| <b>Вариант 1.</b>   | <b>Вариант 2.</b>   |
|---|---|
| <p>Вычислить:</p> <p>а) <math>\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}\right)^{45}</math> ;</p> <p>б) <math>(1+i)^{2-2i}</math> ;</p> <p>2. Изобразить графически:</p> <p>а) <math> z  &gt; 1 - \operatorname{Re} z</math> ;</p> <p>б) <math>\frac{\pi}{4} &lt; \arg \pi z &lt; \frac{\pi}{2}</math> .</p> <p>3. Решить уравнение:</p> <p><math>e^{ix} = \cos \pi x (x \in R)</math> .</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Вычислить</li> </ul> <p>а) <math>\left(\frac{1-i^5}{\sqrt{3}+i}\right)^{70}</math></p> <p>б) <math>(1-i)^{4i}</math> ;</p> <p>в) <math>\operatorname{th}(1 + \pi i)</math> .</p> <p>2. Изобразить графически:</p> <p>а) <math> z  &lt; 1 + \operatorname{Im} z</math></p> <p>б) <math>\operatorname{Re}(z(1-i)) &lt; \sqrt{2}</math></p> <p>3. Решить уравнение:</p> |

$$\cos z = \frac{3i}{4}$$

**Контрольная работа по теме:**

**Интегрирование функций и ряды.**

| B-1   | B-2   |
|---|---|
| <p>Вычислить интегралы:</p> <p>1. <math>\int_L z \bar{z} dz, L: \{  z  = 1, \operatorname{Re} z \geq 0 \}.</math></p> <p>2. <math>\int_{ z =5} \frac{dz}{z^2 + 16}.</math></p> <p>3. <math>\int_{ z =\frac{1}{2}} \frac{1 - \sin z}{z^2} dz.</math></p> <p>4. Найти радиус и область сходимости ряда:</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{(z + 2i)^n}.$ <p>5. Найти все лорановские разложения <math>f(z)</math> по степеням <math>z</math>:</p> $f(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$ | <p>Вычислить интегралы:</p> <p>1. <math>\int_L z \bar{z} dz, L: \{  z  = 1, \operatorname{Im} z \geq 0 \}.</math></p> <p>2. <math>\int_{ z-i =5} \frac{dz}{z^2 + 16}.</math></p> <p>3. <math>\int_{ z =1} \frac{1 - \sin z}{z^3} dz.</math></p> <p>4. Найти радиус и область сходимости ряда:</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(z - 2i)^n}.$ <p>5. Найти все лорановские разложения <math>f(z)</math> по степеням <math>z</math>:</p> $f(z) = \frac{1}{z^2 - 1}$ |

**8.3. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации по дисциплине**

**Вопросы для промежуточного контроля (зачета)**

- Конечный предел последовательности комплексных чисел.
- Бесконечный предел последовательности комплексных чисел.
- Сфера Римана.
- Ряд комплексных чисел.
- Функция комплексной переменной.
- Пределы функции комплексной переменной.

- Непрерывность функции комплексной переменной.
- Дифференцируемость функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана.
- Регулярные функции.
- Экспонента.
- Тригонометрические функции.
- Неограниченность синуса.
- Гармонические функции.
- Однолиственность функции комплексной переменной.
- Главная ветвь натурального корня.
- Главная ветвь логарифмической функции.
- Интеграл функции комплексной переменной по контуру.
- Свойства интеграла функции комплексной переменной.
- Интегральная теорема Коши.
- Расширенная теорема Коши.
- Обобщенная теорема Коши.
- Интегральное представление регулярной функции.
- Бесконечная дифференцируемость интеграла типа Коши и регулярной функции.
- Теорема Абеля о сходимости степенного ряда.
- Ряды Тейлора и Маклорена, представление регулярной функции.
- Две теоремы Вейерштрасса о локально равномерно сходящихся рядах регулярной функции.
- Свойство единственности регулярной функции.
- Условие существования регулярной первообразной.
- Формула Ньютона-Лейбница.
- Ряд Лорана.
- Изолированные особые точки.
- Порядок полюса.
- Вычет в конечной точке.
- Два правила вычисления вычетов в полюсах.
- Вычет в бесконечной точке.
- Теорема Коши о вычетах и следствие.

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

| Уровни     | Содержательное описание уровня | Основные признаки выделения уровня (этапы формирования компетенции, критерии оценки сформированности) | Пятибалльная шкала (академическая) оценка | Двухбалльная шкала, зачет | БРС, % освоения (рейтинговая оценка) |
|------------|--------------------------------|---|---|---------------------------|--------------------------------------|
| Повышенный | Творческая деятельность        | <i>Включает нижестоящий уровень. Умение самостоятель</i>  | отлично                                   | зачтено                   | 86-100                               |

|                                  |   |   |                     |            |          |
|----------------------------------|---|---|---------------------|------------|----------|
|                                  |   | но принимать решение, решать проблему/задачу теоретического и прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий  |                     |            |          |
| Базовый                          | Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу с большей степени самостоятельности и инициативы | <i>Включает нижестоящий уровень.</i> Способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения | хорошо              |            | 71-85    |
| Удовлетворительный (достаточный) | Репродуктивная деятельность   | Изложение в пределах задач курса теоретически и практически контролируемого материала   | удовлетворительно   |            | 55-70    |
| Недостаточный                    | Отсутствие признаков удовлетворительного уровня   |   | неудовлетворительно | не зачтено | Менее 55 |

**9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

## Основная литература

- Половинкин, Е. С. Теория функций комплексного переменного : учебник / Е.С. Половинкин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 253 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1845987. - ISBN 978-5-16-017359-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1913992> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

## Дополнительная литература

- Шабунин М. И. Теория функций комплексного переменного [Текст] : учеб. для вузов / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров, 2013. - 246, [1] с. (Наличие: УА 50 экз., ч.з. №3(1))
- Ахтамова, С. С. Теория функций комплексного переменного : учебно-методическое пособие / С. С. Ахтамова, Е.К. Лейнартас, А. П. Ляпин. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2020. - 100 с. - ISBN 978-5-7638-4330-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1816573> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Шабунин М. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного [Текст] : учеб. пособие для вузов / М. И. Шабунин, Е. С. Половинкин, М. И. Карлов, 2014. - 362 с. (Наличие: УА 50 экз., ч.з. №3(1))
- Леонтьева Т. А. Задачи по теории функций комплексного переменного [Текст] : [Учеб. пособие для ун-тов и высш. техн. учеб. заведений] / Т. А. Леонтьева, В. С. Панферов, В. С. Серов, 1992. - 253 с. (Наличие: УА 37 экз., ч.з. №3(1))

## 10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладов конференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента
- ПРОСПЕКТ ЭБС
- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН
- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

## 11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Программное обеспечение обучения включает в себя:

- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;
- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;

- корпоративная платформа;
- установленное на рабочих местах обучающихся ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security.
- специализированное ПО не требуется.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости) используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

### **4.7. Программа дисциплины «Дискретная математика для программистов»**

#### **1.Наименование дисциплины: «Дискретная математика для программистов».**

Цель дисциплины: углубленное изучение важных с практической точки зрения, но сложных разделов дискретной математики, необходимых для реализации машинного обучения и анализа данных. Сформировать навыки постановки задач в области дискретной математики; сформировать знания об основных понятиях комбинаторики; сформировать умения и навыки по методам исследования дискретных оптимизационных задач.

#### **2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

| Код компетенции   | Результаты освоения образовательной программы (ИДК)  | Результаты обучения по дисциплине |
|---|--|-----------------------------------|
| УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и | УК.1.1. Выбирает источники информации и осуществляет | <b>Знать:</b><br>основные понятия |



|  |   |  |
|--|---|--|
| <p>синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>  | <p>поиск информации для решения поставленных задач</p> <p>УК. 1.2. Демонстрирует умение рассматривать различные точки зрения и выявлять степень доказательности на поставленную задачу</p> <p>УК.1.3. Определяет рациональные идеи для решения поставленных задач</p>     | <p>теории графов, теории чисел, общей алгебры и целочисленного программирования.</p> <p><b>Уметь:</b><br/>применять изученный математический аппарат при решении практических задач; находить кратчайшие и минимальные пути в графе, наибольшее паросочетание, решать задачи о назначениях и транспортную задачу.</p> <p><b>Владеть:</b><br/>навыками практической работы с дискретными объектами; основными приемами дискретного анализа.</p> |
| <p>ОПК-2. Способен применять компьютерные/суперкомпьютерные методы, современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности</p> | <p>ОПК-2.1. Выбирает компьютерные/суперкомпьютерные методы для решения задач профессиональной деятельности;</p> <p>ОПК-2.2. Использует современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности</p> | <p><b>Знать:</b><br/>классические задачи дискретной математики, классификацию типов задач дискретной математики, их разрешимость, предмет и классические алгоритмы дискретной математики.</p> <p><b>Уметь:</b><br/>применять свои знания для оценки</p>  |

|  |  |   |
|--|--|---|
|  |  | <p>применимости задач дискретной математики; применять свои знания к решению практических задач, пользоваться математической литературой для самостоятельного изучения вопросов, возникающих на практике.</p> <p><b>Владеть:</b> методами решения оптимизационных задач на графах; методами оценивания вычислительной сложности алгоритмов.</p> |
|--|--|---|

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Дискретная математика для программистов» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.12) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы студента и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством электронной информационно-образовательной среды университета с использованием ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий

### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику

занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане). Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе со студентами очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается студентами в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам студентов по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

| № | Наименование раздела            | Содержание раздела   |
|---|---------------------------------|--|
| 1 | Элементы общей алгебры.         | Алгебра множеств.<br>Алгебраические системы. Решетки.<br>Решение уравнений в алгебре множеств.<br>Бинарные отношения.<br>Конечные группы.<br>Конечные поля.  |
| 2 | Перечислительная комбинаторика. | Перестановки, размещения, сочетания и разбиения.<br>Полиномиальная формула и формула бинома.<br>Формула включения и исключения.  |
| 3 | Элементы теории чисел.          | Основная теорема арифметики.<br>Наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель.<br>Алгоритм Эвклида. Цепные дроби.<br>Теорема Лагранжа.<br>Наилучшие приближения действительных чисел.<br>Диофантовы уравнения первой и второй степени.<br>Сравнения 1-ой степени. |
| 4 | Теория кодирования.             | Равномерные и неравномерные коды.<br>Избыточное кодирование.<br>Коды Хаффмана.<br>Алгоритмы сжатия информации.<br>Циклические коды.  |
| 5 | Элементы теории графов.         | Основные понятия теории графов.<br>Деревья.<br>Поток транспортной сети.<br>Задача о наибольшем потоке.<br>Эйлеровы и гамильтоновы графы.<br>Постановка задачи раскраски графа.<br>Хроматическое число произвольных графов.<br>Хроматическое число планарных              |

|   |                      |  |
|---|----------------------|--|
|   |                      | графов.  |
| 6 | Алгоритмы на графах. | Поиск в глубину и в ширину в графе.<br>Алгоритмы нахождения кратчайших путей.<br>Алгоритмы нахождения минимальных покрывающих деревьев в графах.<br>Алгоритмы нахождения паросочетаний в двудольных графах.<br>Алгоритмы нахождения максимального потока в сети. |

### **6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Рекомендуемая тематика учебных занятий *лекционного* типа (предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

- Тема 1. Элементы общей алгебры. Алгебра множеств. Алгебраические системы.
- Тема 2. Элементы общей алгебры. Конечные группы. Конечные поля.
- Тема 3. Перечислительная комбинаторика.
- Тема 4. Элементы теории чисел. Алгоритм Эвклида. Цепные дроби.
- Тема 5. Элементы теории чисел. Диофантовы уравнения первой и второй степени. Сравнения 1-ой степени.
- Тема 6. Теория кодирования. Равномерные и неравномерные коды. Избыточное кодирование.
- Тема 7. Теория кодирования. Коды Хаффмана. Алгоритмы сжатия информации.
- Тема 8. Теория кодирования. Циклические коды.
- Тема 9. Элементы теории графов. Основные понятия теории графов.
- Тема 10. Элементы теории графов. Деревья.
- Тема 11. Элементы теории графов. Поток транспортной сети. Задача о наибольшем потоке.
- Тема 12. Элементы теории графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
- Тема 13. Элементы теории графов. Постановка задачи раскраски графа. Хроматическое число произвольных графов. Хроматическое число планарных графов.
- Тема 14. Алгоритмы на графах. Поиск в глубину и в ширину в графе.
- Тема 15. Алгоритмы на графах. Алгоритмы нахождения кратчайших путей.
- Тема 16. Алгоритмы на графах. Алгоритмы нахождения минимальных покрывающих деревьев в графах.
- Тема 17. Алгоритмы на графах. Алгоритмы нахождения паросочетаний в двудольных графах.
- Тема 18. Алгоритмы на графах. Алгоритмы нахождения максимального потока в сети.

### **Рекомендуемый перечень тем лабораторных работ (при наличии)**

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Тема лабораторной работы                                |
|-------|---------------------------------|---|
| I     | Элементы общей алгебры.         | Бинарные отношения.<br>Конечные группы и конечные поля. |

|   |                                 |  |
|---|---------------------------------|--|
| 2 | Перечислительная комбинаторика. | Перестановки, размещения, сочетания и разбиения.<br>Полиномиальная формула и формула бинома.<br>Формула включения и исключения.                                |
| 3 | Элементы теории чисел.          | Алгоритм Эвклида. Цепные дроби.<br>Диофантовы уравнения первой и второй степени.<br>Сравнения 1-ой степени.  |
| 4 | Теория кодирования.             | Избыточное кодирование.<br>Алгоритмы сжатия информации.<br>Коды Хаффмана.<br>Циклические коды.   |
| 5 | Элементы теории графов.         | Поиск в глубину и в ширину в графе.<br>Эйлеровы и гамильтоновы графы.  |
| 6 | Элементы теории графов.         | Постановка задачи раскраски графа.<br>Хроматическое число произвольных графов.<br>Хроматическое число планарных графов.  |
| 7 | Алгоритмы на графах.            | Задача о наибольшем потоке.<br>Задача о кратчайшем пути.<br>Алгоритм построения наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия.                   |
| 8 | Алгоритмы на графах.            | Алгоритмы нахождения кратчайших путей.<br>Алгоритмы нахождения минимальных покрывающих деревьев в графах.<br>Алгоритмы нахождения максимального потока в сети. |

#### Требования к самостоятельной работе студентов

*Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по следующим темам:*

Бинарные отношения.

Конечные группы и конечные поля.

Полиномиальная формула и формула бинома.

Формула включения и исключения.

Диофантовы уравнения первой и второй степени.

Сравнения 1-ой степени.

Коды Хаффмана.

Циклические коды.

Поиск в глубину и в ширину в графе.

Эйлеровы и гамильтоновы графы.

Задача о наибольшем потоке.

Задача о кратчайшем пути.

Алгоритм построения наибольшего паросочетания.

Алгоритмы нахождения кратчайших путей.

Руководствуясь положениями статьи 47 и статьи 48 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» научно-педагогические работники и иные лица, привлекаемые университетом к реализации данной образовательной программы, пользуются предоставленными академическими правами и свободами в части свободы преподавания, свободы от вмешательства в

профессиональную деятельность; свободы выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания; права на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ и методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы и отдельной дисциплины.

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане).

Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе со студентами очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается студентами в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам студентов по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

## **7. Методические рекомендации по видам занятий**

Лекционные занятия.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Лабораторные занятия.

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения, контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

Самостоятельная работа.

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретным ситуациям из практики, подготовке индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

## **8. Фонд оценочных средств**

### **8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе**

### освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

| Контролируемые разделы (темы) дисциплины | Индекс контролируемой компетенции (или её части) | Оценочные средства по этапам формирования компетенций               |
|--|--|---|
|  |  | текущий контроль по дисциплине                                      |
| Элементы общей алгебры.                  | УК-1<br>ОПК-2                                    | Опрос, выполнение и защита лабораторных работ                       |
| Перечислительная комбинаторика.          | УК-1<br>ОПК-2                                    | Опрос, выполнение и защита лабораторных работ<br>Контрольная работа |
| Элементы теории чисел.                   | УК-1<br>ОПК-2                                    | Опрос, выполнение и защита лабораторных работ.                      |
| Теория кодирования.                      | УК-1<br>ОПК-2                                    | Опрос, выполнение и защита лабораторных работ                       |
| Элементы теории графов.                  | УК-1<br>ОПК-2                                    | Опрос, выполнение и защита лабораторных работ<br>Контрольная работа |
| Алгоритмы на графах.                     | УК-1<br>ОПК-2                                    | Опрос, выполнение и защита лабораторных работ.                      |

### 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности процессе текущего контроля

*Типовые задания контрольных работ:*

*По теме «Теория кодирования»*

1. Алгоритм Хемминга. Строку «computer» перевести в двоичный ANSI код, разбить на два блока по 32 бита, добавить контрольные биты, имитировать ошибки в 3 бите первого блока и 25 бите второго блока, восстановить исходную информацию.

2. Алгоритм Хаффмана. Пусть при подсчете вхождения каждого из символов в файл получили следующее:

| Символ          | В   | А  | П  | Р  | О  | Л | Д   | Ж  | Э   | Я   |
|-----------------|-----|----|----|----|----|---|-----|----|-----|-----|
| Число вхождений | 100 | 10 | 25 | 35 | 45 | 5 | 120 | 15 | 150 | 125 |

Построить коды символов и продемонстрировать на примерах кодирование и декодирование.

*По теме «Элементы теории графов»*

1. Опишите матричный способ задания орграфа. Постройте списки смежности вершин по матрице инцидентности.

2. Является ли двудольным граф, заданный списками смежности:  $\Gamma_1 = \{2,7,9\}$ ,  $\Gamma_2 = \{1,3,5\}$ ,  $\Gamma_3 = \{2,4,9\}$ ,  $\Gamma_4 = \{3,6\}$ ,  $\Gamma_5 = \{2,8\}$ ,  $\Gamma_6 = \{4,7\}$ ,  $\Gamma_7 = \{1,6,8\}$ ,  $\Gamma_8 = \{5,7,9\}$ ,  $\Gamma_9 = \{1,3,8\}$

3. Используя характеристическую функцию, найти число независимости графа, заданного списком ребер:  $U = \{(1,2), (1,3), (1,5), (2,3), (2,4), (2,5), (3,4), (4,5)\}$
4. Задать простые связные неориентированные графы с числом вершин 5 случайным образом. Найти кратчайшие пути от выделенной вершины до остальных вершин.

### 8.3. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации по дисциплине

*Примерный перечень вопросов к зачету:*

1. Делимость целых чисел, свойства делимости.
2. Теорема о делении с остатком. Общий делитель, наибольший общий делитель (НОД).
3. Алгоритм Евклида. Нахождение НОД с помощью алгоритма Евклида. Теорема о линейном разложении НОД.
4. Наименьшее общее кратное (НОК), свойства НОК. Теорема о связи НОД и НОК.
5. Взаимно простые числа, свойства взаимно простых чисел.
6. Простые и составные числа, свойства простых чисел.
7. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение натуральных чисел.
8. Функция Эйлера, свойства функции Эйлера.
9. Цепные дроби. Разложение рациональных чисел в цепную дробь. Подходящие дроби, вычисление подходящих дробей, переход от цепной дроби к неправильной.
10. Свойства подходящих дробей. Полное и неполное частные подходящих дробей.
11. Разложение иррациональных чисел в цепную дробь. Периодичность бесконечной цепной дроби.
12. Лемма о дискриминанте. Теорема Лагранжа. Приближение иррациональных чисел подходящими дробями.
13. Сравнения, свойства сравнений.
14. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма.
15. Тождество Гаусса.
16. Сравнения первой степени и их решение. Неопределенные уравнения.
17. Системы сравнений. Решение систем сравнений.
18. Китайская теорема об остатках.
19. Операции на множествах.
20. Группа подстановок Галуа.
21. Алгебра множеств (алгебра Кантора).
22. Алгебраические системы. Решетки.
23. Решение уравнений в алгебре множеств.
24. Особенности задач целочисленного программирования.
25. Методы целочисленного программирования.
26. Комбинаторные методы.
27. Перестановки, размещения, сочетания и разбиения.
28. Полиномиальная формула и формула бинома.
29. Формула включения и исключения.
30. Способы задания графов.
31. Матрицы смежности и инцидентности, их свойства.
32. Двудольные графы. Критерий двудольности графа.
33. Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева.
34. Бинарные деревья. Хранение и поиск информации в бинарных деревьях. Добавление и



удаление элементов.

35. Поиск по графу в ширину и глубину. Свойства дерева поиска.
36. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла.
37. Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке.
38. Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
39. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи.
40. Плоские и планарные графы. Нормальные карты и эйлеровы многогранники.
41. Формула Эйлера и ее следствия.
42. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Алгоритм укладки графа на плоскости. Понятие геометрически двойственного графа.
43. Раскраски вершин графов. Простейшие оценки хроматического числа. Теорема Брукса.
44. Раскраски планарных графов и карт. Теорема о четырех красках. Доказательство теоремы о пяти красках. Достаточные условия Грецша и Грюнбаума 3-раскрашиваемости плоских графов.
45. Некоторые NP-полные задачи на графах (“Изоморфный подграф”, “Независимость”, “Вершинное покрытие”, “Гамильтонов цикл”, “3-раскрашиваемость” и другие).

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

| Уровни     | Содержательное описание уровня | Основные признаки выделения уровня (этапы формирования компетенции, критерии оценки сформированности)  | Пятибалльная шкала (академическая) оценка | Двухбалльная шкала, зачет | БРС, % освоения (рейтинговая оценка) |
|------------|--------------------------------|--|---|---------------------------|--------------------------------------|
| Повышенный | Творческая деятельность        | <i>Включает нижестоящий уровень.</i><br>Умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического и прикладного характера на основе изученных методов, приемов, | отлично                                   | зачтено                   | 86-100                               |

|                                  |   |   |                     |            |          |
|----------------------------------|---|---|---------------------|------------|----------|
|                                  |   | технологий  |                     |            |          |
| Базовый                          | Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу с большей степени самостоятельности и инициативы | <i>Включает нижестоящий уровень.</i> Способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения | хорошо              |            | 71-85    |
| Удовлетворительный (достаточный) | Репродуктивная деятельность   | Изложение в пределах задач курса теоретически и практически контролируемого материала   | удовлетворительно   |            | 55-70    |
| Недостаточный                    | Отсутствие признаков удовлетворительного уровня   | признаков   | неудовлетворительно | не зачтено | Менее 55 |

### 9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

#### Основная литература

1.Алексеев, В. Б. Дискретная математика: учебник / В.Б. Алексеев. — Москва: ИНФРА-М, 2022. — 133 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1172256. - ISBN 978-5-16-016520-2. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1840955> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

2.Гданский, Н. И. Основы теории и алгоритмы на графах : учебное пособие / Н.И. Гданский. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 206 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/978686. - ISBN 978-5-16-014386-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1817957> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

### **Дополнительная литература**

1.Осипова, В. А. Основы дискретной математики: учебное пособие / В. А. Осипова. — 2-е изд., доп. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2020. — 157 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-00091-404-5. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1088379> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

2.Соболева, Т. С. Дискретная математика. Углубленный курс: учебник / под ред. А. В. Чечкина. - Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2020. - 278 с. - ISBN 978-5-906818-11-9. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1015049> (дата обращения: 30.03.2023). – Режим доступа: по подписке.

### **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладовконференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента
- ПРОСПЕКТ ЭБС
- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН
- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

Программное обеспечение обучения включает в себя:

- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;
- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;
- корпоративная платформа;
- установленное на рабочих местах студентов ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security.
- специализированное ПО: системы программирования

### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости)

используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

#### 4.8. Программа дисциплины «Теория графов»

##### 1. Наименование дисциплины: «Теория графов».

Цель дисциплины: Изучение структур и моделей обработки данных представимых графовыми структурами автоматов; подготовка к осознанному использованию, как построению моделей графов, так и методов их реализации и использованию.

##### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код компетенции  | Результаты освоения образовательной программы (ИДК)   | Результаты обучения по дисциплине   |
|--|---|---|
| ОПК-3. Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств | ОПК-3.1 – Разрабатывает алгоритмические и программные решения в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей<br>ОПК-3.2 – Создает информационные ресурсы глобальных сетей, образовательный контент, прикладные базы данных<br>ОПК-3.3. Применяет тесты и средства тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям | <b>Знать:</b><br>1. общие свойства графов, основные свойства деревьев и остовных деревьев в графах;<br>2. основные свойства связных, двусвязных и k-связных графов;<br>3. свойства вершинных и реберных раскрасок графов, их верхние и нижние оценки;<br>4. некоторые наследственные свойства графов и экстремальные графы для этих свойств;<br>5. основы теории Рамсея, верхние и нижние оценки чисел Рамсея;<br>6. основные свойства потоков в сетях, алгоритмы построения максимальных потоков в сетях;<br>7. некоторые графовые алгоритмы и труднорешаемые графовые задачи,<br>8. основные свойства матриц, |

|  |  |  |
|--|--|--|
| <p>на соответствие стандартам и исходным требованиям</p> |  | <p>связанных с графами,<br/> 9. свойства алгебр смежности мультиграфов и характеристических многочленов мультиграфов,<br/> 10. некоторые свойства матриц мультиграфов, связанные с их симметриями,<br/> 11. основы теории перечисления помеченных графов,<br/> 12. основы теории перечисления непомеченных графов.<br/> <b>Уметь:</b><br/> 1. находить или оценивать число неизоморфных графов с заданными свойствами;<br/> 2. находить компоненты связности и двусвязности в графах, строить <math>bc</math>-дерево связного графа;<br/> 3. находить или оценивать хроматическое число или хроматический индекс графа;<br/> 4. описывать графы с заданным наследственным свойством, оценивать числа Рамсея;<br/> 5. находить максимальный поток в сети и его величину,<br/> 6. строить матрицы смежности, инцидентности, степеней мультиграфов и мультиорграфов и устанавливать взаимосвязи между ними,<br/> 7. определять по матрицам, связанным с графом, некоторые метрические характеристики графа, в том числе число его компонент связности и древесную сложность графа,<br/> 8. находить характеристический многочлен мультиграфа,<br/> 9. получать оценки размерности алгебры смежности мультиграфа,<br/> 10. выражать через характеристический многочлен регулярного мультиграфа характеристический многочлен его реберного мультиграфа,<br/> 11. выражать через характеристический многочлен простого регулярного графа</p> |
|--|--|--|

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  | <p>характеристический многочлен его дополнения,</p> <p>12. вычислять спектры графов из специальных классов (циркулянтные графы, полные графы, циклы, гипероктаэдральные и триангулированные графы),</p> <p>13. распознавать с помощью матриц, является ли подстановка автоморфизмом графа,</p> <p>14. распознавать некоторые свойства графов, связанные с вершинной и реберной группами автоморфизмов графа,</p> <p>15. находить количества попарно неизоморфных помеченных и непомеченных графов из некоторых специальных классов.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>1. навыками понимания и применения графовых понятий и их свойств при решении прикладных задач в профессиональной деятельности.</p> |
|--|--|--|

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Теория графов» представляет собой дисциплину обязательной части (Б1.О.12) направления подготовки бакалавриата 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профиль «Программная инженерия в искусственном интеллекте».

### 4. Виды учебной работы по дисциплине.

Виды учебной работы по дисциплине зафиксированы учебным планом основной профессиональной образовательной программы по указанному направлению и профилю, выражаются в академических часах. Часы контактной работы и самостоятельной работы студента и часы, отводимые на процедуры контроля, могут различаться в учебных планах ОПОП по формам обучения. Объем контактной работы включает часы контактной аудиторной работы (лекции/практические занятия/ лабораторные работы), контактной внеаудиторной работы (контроль самостоятельной работы), часы контактной работы в период аттестации. Контактная работа, в том числе может проводиться посредством электронной информационно-образовательной среды университета с использованием ресурсов сети Интернет и дистанционных технологий

### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане). Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе со студентами очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается студентами в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам студентов по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

| №<br>п/п | Наименование разделов (тем)<br>дисциплины | Содержание разделов (тем) дисциплин   |
|----------|---|---|
| •        | Тема 1 «Структурные свойства графов».     | <p>Графы. Основные определения. Простейшие свойства графов. Пути и цепи в графах. Связность, <math>k</math>-связность. Деревья, корневые деревья. Остовные деревья. Точки сочленения и мосты. Связность, <math>k</math>-связность. Двусвязные графы. Компоненты двусвязности (блоки) графа. Дерево блоков и точек сочленения графа. Деревья. Остовные деревья. Достижимость промежуточного числа висячих вершин в остовном дереве. Оценка числа висячих вершин в остовном дереве. Раскраски вершин графов. Хроматическое число графа. Критерий двуцветности графа. Верхние оценки хроматического числа графа. Существование графа без треугольников с произвольно большим хроматическим числом. Раскраски ребер графов. Хроматический индекс графа. Хроматический индекс двудольных графов. Верхняя и нижняя оценки хроматического индекса графа. Наследственные свойства графов. Экстремальные графы. Наибольшее число ребер в графах с наследственным свойством. Наибольшее число ребер в планарных графах. Наибольшее число ребер в графах без полного подграфа с <math>n</math> вершинами. Числа Рамсея. Верхняя оценка числа Рамсея. Нижняя оценка числа Рамсея. Сеть. Поток в сети. Теорема о величине максимального потока в сети. Нахождение максимального потока в сети. Труднорешаемые графовые задачи распознавания. NP-полнота задачи <math>k</math>-</p> |

|   |  |   |
|---|--|---|
|   |  | раскраски графов при каждом заданном числе $k \geq 3$ .   |
| • | Тема 2 « Методы линейной алгебры в теории графов». | <p>Помеченные графы, изоморфизм помеченных графов. Связь между числом помечиваний вершин простого графа и порядком его группы автоморфизмов. Матрицы смежности, инцидентности, степеней вершин, полустепеней исхода и захода, расстояний. Интерпретация элементов степеней матрицы смежности. Теоремы о связи матриц инцидентности для мультиграфов и мультиорграфов с их матрицами смежности. Теоремы о тотальной унимодулярности и ранге матрицы инцидентности мультиорграфа. Теорема Г. Кирхгофа о деревьях. Следствия из нее (о числе остовных деревьев в полном графе и формуле для древесной сложности мультиграфа). Алгебра смежности мультиграфа. Теоремы о размерности алгебры смежности при заданном диаметре мультиграфа и при заданном числе его собственных значений. Утверждение о величине некоторых коэффициентов характеристического многочлена графа. Теорема о верхней границе для собственных значений графа. Теорема о собственных значениях регулярного мультиграфа. Критерий принадлежности матрицы <math>J_n</math> алгебре смежности мультиграфа. Следствие о виде матрицы <math>J_n</math>. Нижняя оценка для собственных значений реберного мультиграфа. Теорема о связи характеристических многочленов регулярного мультиграфа и его реберного мультиграфа. Выражение сложности регулярного мультиграфа через его характеристический многочлен. Теорема о сложности реберного мультиграфа, построенного для регулярного связного мультиграфа. Верхняя оценка для сложности регулярного связного мультиграфа. Циркулянтные графы и их спектры. Спектры полных графов, циклов, гипероктаэдральных и триангулированных графов. Теорема о спектрах дополнительных графов. Матрицы подстановок. Теорема о перестановочности матрицы подстановки, соответствующей автоморфизму графа, с матрицей смежности графа. Теорема о связи матриц подстановок с простыми собственными значениями графа. Теорема об автоморфизме, порядок которого больше 2. Вершинно-транзитивные и реберно-</p> |



|   |                                      |   |
|---|--------------------------------------|---|
|   |                                      | <p>транзитивные графы. Теорема о двудольности реберно-транзитивных графов. Теорема о простом собственном значении вершинно-транзитивного графа. Реберно-симметрические графы. Теорема о простых собственных значениях реберно-симметрических графов.</p>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>•</li> </ul> | <p>Тема 3 «Перечисление графов».</p> | <p>Число помеченных графов и орграфов. Рекуррентная формула для помеченных связных графов. Теорема об асимптотике отношения числа помеченных связных <math>n</math>-графов к числу всех помеченных <math>n</math>-графов. Лемма о перечислении помеченных графов. Интерпретации операций над формальными рядами (умножение и деление на переменную, дифференцирование ряда). Формула, связывающая производящие функции для помеченных графов некоторого семейства и помеченных связных графов из этого же семейства. Частные случаи этой формулы (для всех графов и для всех четных графов). Асимптотика числа помеченных блоков. Формулировки леммы Бернсайда, ограниченной формы леммы Бернсайда и теоремы Д. Пойа (для случая одной переменной и случая многих переменных). Вывод формулы для циклового индекса симметрической группы. Рекуррентная формула, связывающая цикловые индексы симметрических групп. Вывод формулы для суммы цикловых индексов симметрических групп всех степеней. Связь циклового индекса знакопеременной группы с цикловым индексом симметрической группы. Теорема о перечислении взаимно однозначных функций. Перечисление корневых непомеченных деревьев. Рекуррентная формула для числа корневых деревьев. Теорема Р. Оттера о производящей функции для непомеченных деревьев. Перечисляющий многочлен для <math>n</math>-графов. Асимптотика числа <math>n</math>-графов. Связь производящей функции для непомеченных графов с производящей функцией для непомеченных связных графов. Рекуррентная формула для числа непомеченных связных графов. Константная форма теоремы перечисления степенной группы. Перечисление самодополнительных графов. Теорема перечисления степенной группы в форме степенного ряда.</p> |

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Рекомендуемая тематика учебных занятий *лекционного* типа (предусматривающих преимущественную передачу учебной информации преподавателями):

Тема 1 «Структурные свойства графов». Графы. Основные определения. Простейшие свойства графов

Тема 2 «Структурные свойства графов». Пути и цепи в графах. Связность,  $k$ -связность. Деревья, корневые деревья.

Тема 3 «Структурные свойства графов». Двусвязные графы. Компоненты двусвязности (блоки) графа.

Тема 4 «Структурные свойства графов». Наследственные свойства графов.

Тема 5 «Структурные свойства графов». Наибольшее число ребер в планарных графах. Наибольшее число ребер в графах без полного подграфа с  $n$  вершинами.

Тема 6 «Структурные свойства графов». Числа Рамсея. Верхняя оценка числа Рамсея. Нижняя оценка числа Рамсея.

Тема 7 « Методы линейной алгебры в теории графов». Помеченные графы, изоморфизм помеченных графов.

Тема 8 « Методы линейной алгебры в теории графов». Матрицы смежности, инцидентности, степеней вершин, полустепеней исхода и захода, расстояний.

Тема 9 « Методы линейной алгебры в теории графов». Теорема Г. Кирхгофа о деревьях. Следствия из нее (о числе остовных деревьев в полном графе и формуле для древесной сложности мультиграфа).

Тема 10 « Методы линейной алгебры в теории графов». Алгебра смежности мультиграфа. Теоремы о размерности алгебры смежности при заданном диаметре мультиграфа и при заданном числе его собственных значений.

Тема 11 « Методы линейной алгебры в теории графов». Теорема о сложности реберного мультиграфа, построенного для регулярного связного мультиграфа.

Тема 12 « Методы линейной алгебры в теории графов». Вершинно-транзитивные и реберно-транзитивные графы.

Тема 13 «Перечисление графов». Число помеченных графов и орграфов. Рекуррентная формула для помеченных связных графов.

Тема 14 «Перечисление графов». Лемма о перечислении помеченных графов.

Тема 15 «Перечисление графов». Формулировки леммы Бернсайда, ограниченной формы леммы Бернсайда и теоремы Д. Пойа

Тема 16 «Перечисление графов». Связь циклового индекса знакопеременной группы с цикловым индексом симметрической группы.

Тема 17 «Перечисление графов». Рекуррентная формула для числа корневых деревьев. Теорема Р. Оттера о производящей функции для непомеченных деревьев.

Тема 18 «Перечисление графов». Константная форма теоремы перечисления степенной группы.

#### Требования к самостоятельной работе студентов

*Работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы, по следующим темам:*

Тема 1 «Структурные свойства графов». Графы. Основные определения. Простейшие свойства графов

Тема 2 «Структурные свойства графов». Пути и цепи в графах. Связность,  $k$ -связность. Деревья, корневые деревья.

Тема 3 «Структурные свойства графов». Двусвязные графы. Компоненты двусвязности (блоки) графа.

Тема 4 «Структурные свойства графов». Наследственные свойства графов.

Тема 5 «Структурные свойства графов». Наибольшее число ребер в планарных графах. Наибольшее число ребер в графах без полного подграфа с  $n$  вершинами.

Тема 6 «Структурные свойства графов». Числа Рамсея. Верхняя оценка числа Рамсея. Нижняя оценка числа Рамсея.

Тема 7 « Методы линейной алгебры в теории графов». Помеченные графы, изоморфизм помеченных графов.

Тема 8 « Методы линейной алгебры в теории графов». Матрицы смежности, инцидентности, степеней вершин, полустепеней исхода и захода, расстояний.

Тема 9 « Методы линейной алгебры в теории графов». Теорема Г. Кирхгофа о деревьях. Следствия из нее (о числе остовных деревьев в полном графе и формуле для древесной сложности мультиграфа).

Тема 10 « Методы линейной алгебры в теории графов». Алгебра смежности мультиграфа. Теоремы о размерности алгебры смежности при заданном диаметре мультиграфа и при заданном числе его собственных значений.

Тема 11 « Методы линейной алгебры в теории графов». Теорема о сложности реберного мультиграфа, построенного для регулярного связного мультиграфа.

Тема 12 « Методы линейной алгебры в теории графов». Вершинно-транзитивные и реберно-транзитивные графы.

Тема 13 «Перечисление графов». Число помеченных графов и орграфов. Рекуррентная формула для помеченных связных графов.

Тема 14 «Перечисление графов». Лемма о перечислении помеченных графов.

Тема 15 «Перечисление графов». Формулировки леммы Бернсайда, ограниченной формы леммы Бернсайда и теоремы Д. Пойа

Тема 16 «Перечисление графов». Связь циклового индекса знакопеременной группы с цикловым индексом симметрической группы.

Тема 17 «Перечисление графов». Рекуррентная формула для числа корневых деревьев. Теорема Р. Оттера о производящей функции для помеченных деревьев.

Тема 18 «Перечисление графов». Константная форма теоремы перечисления степенной группы.

Руководствуясь положениями статьи 47 и статьи 48 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» научно-педагогические работники и иные лица, привлекаемые университетом к реализации данной образовательной программы, пользуются предоставленными академическими правами и свободами в части свободы преподавания, свободы от вмешательства в профессиональную деятельность; свободы выбора и использования педагогически обоснованных форм, средств, методов обучения и воспитания; права на творческую инициативу, разработку и применение авторских программ и методов обучения и воспитания в пределах реализуемой образовательной программы и отдельной дисциплины.

Исходя из рамок, установленных учебным планом по трудоемкости и видам учебной работы по дисциплине, преподаватель самостоятельно выбирает тематику занятий по формам и количеству часов проведения контактной работы: лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации преподавателем и (или) занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), и (или) групповые консультации, и (или) индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, в том числе индивидуальные консультации (по курсовым работам/проектам – при наличии курсовой работы/проекта по данной дисциплине в учебном плане).

Рекомендуемая тематика занятий максимально полно реализуется в контактной работе со студентами очной формы обучения. В случае реализации образовательной программы в заочной / очно-заочной форме трудоемкость дисциплины сохраняется, однако объем учебного материала в значительной части осваивается студентами в форме самостоятельной работы. При этом требования к ожидаемым образовательным результатам студентов по данной дисциплине не зависят от формы реализации образовательной программы.

## **7. Методические рекомендации по видам занятий**

Лекционные занятия.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия. Вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории,

формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Лабораторные занятия.

На практических и семинарских занятиях в зависимости от темы занятия выполняется поиск информации по решению проблем, практические упражнения, контрольные работы, выработка индивидуальных или групповых решений, итоговое обсуждение с обменом знаниями, участие в круглых столах, разбор конкретных ситуаций, командная работа, представление портфолио и т.п.

Самостоятельная работа.

Самостоятельная работа осуществляется в виде изучения литературы, эмпирических данных по публикациям и конкретных ситуаций из практики, подготовке индивидуальных работ, работа с лекционным материалом, самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины; поиск и обзор литературы и электронных источников; чтение и изучение учебника и учебных пособий.

## 8. Фонд оценочных средств

### 8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой тем учебных занятий. Изучение каждой темы предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций.

| Контролируемые разделы (темы) дисциплины          | Индекс контролируемой компетенции (или её части) | Оценочные средства по этапам формирования компетенций |
|---|--|---|
|   |  | текущий контроль по дисциплине                        |
| Тема 1 «Структурные свойства графов».             | ОПК-3  | коллоквиум  |
| Тема 2 «Методы линейной алгебры в теории графов». | ОПК-3  | коллоквиум  |
| Тема 3 «Перечисление графов».                     | ОПК-3  | коллоквиум  |

### 8.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности в процессе текущего контроля

В качестве оценочных средств текущего контроля успеваемости предусмотрены:

## КОЛЛОКВИУМ

### Коллоквиум № 1. Пример задания коллоквиума № 1.

1. Что такое остовное дерево в графе? Как найти остовное дерево связного графа? Сформулировать теорему об оценке числа висячих вершин в остовном дереве графа. Как доказывается эта теорема?
2. Что такое хроматический индекс графа? Привести простейшие оценки хроматического индекса графа. Сформулировать и доказать теорему Кенига о хроматическом индексе двудольного графа.
3. Что такое поток в сети и его величина? Привести и доказать верхнюю оценку величины потока в сети. Что такое максимальный поток в сети? Сформулировать теорему о величине максимального потока в сети. Как можно найти максимальный поток в заданной сети?

### Коллоквиум № 2. Пример задания коллоквиума № 2.

1. Что такое алгебра смежности мультиграфа? Сформулировать теоремы о размерности алгебры смежности при заданном диаметре мультиграфа и при заданном числе его собственных значений. Как доказываются эти теоремы?
2. Что такое вершинно-транзитивные и реберно-транзитивные графы. Сформулировать теорему о двудольности реберно-транзитивных графов. Как доказывается эта теорема?

### Коллоквиум № 3. Пример задания коллоквиума № 3.

1. Какова рекуррентная формула для числа помеченных связных графов? Выведите эту формулу. Сформулируйте теорему об асимптотике отношения числа помеченных связных  $n$ -графов к числу всех помеченных  $n$ -графов. Как доказываются эти теоремы?
2. Выведите формулу для суммы цикловых индексов симметрических групп всех степеней. Установите связь циклового индекса знакопеременной группы с цикловым индексом симметрической группы.

## 8.3. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации по дисциплине

Вопросы к экзамену.

В билете три вопроса (по одному из каждой части курса).

Часть 1. Структурные свойства графов.

1. Точки сочленения и мосты в графе. Теорема о равносильных определениях точки сочленения. Связность,  $k$ -связность. Двусвязные графы. Теорема о равносильных определениях двусвязного графа.

2. Компоненты двусвязности (блоки) в графе. Критерий принадлежности двух вершин графа одной компоненте двусвязности. Свойства компонент двусвязности графа. Теорема о дереве блоков и точек сочленения графа.
3. Остовные деревья в графе. Теорема о достижимости промежуточного числа висячих вершин в остовном дереве графа. Теорема об оценке числа висячих вершин в остовном дереве графа.
4. Хроматическое число графа. Критерий Кенига двуцветности графа. Верхние оценки хроматического числа графа. Теорема Брукса о верхней оценке хроматического числа графа.
5. Хроматическое число графа. Теорема Зыкова о существовании графов без треугольников с произвольно большим хроматическим числом.
6. Хроматический индекс графа. Теорема Кенига о хроматическом индексе двудольного графа. Теорема Визинга о верхней оценке хроматического индекса графа.
7. Наследственные свойства графов. Теорема об оценке наибольшего числа ребер в графе с наследственным свойством. Планарные графы, теорема о наибольшем числе ребер в планарном графе.
8. Наследственные свойства графов. Теорема о наибольшем числе ребер в графе без треугольников. Теорема Турана о наибольшем числе ребер в графе без полного подграфа с  $n$  вершинами.
9. Числа Рамсея. Теорема о верхней оценке числа Рамсея. Теорема Эрдеша о нижней оценке числа Рамсея.
10. Потoki в сетях. Теорема Форда и Фалкерсона о величине максимального потока в сети. Алгоритм расстановки пометок для построения максимального потока в сети.
11. Труднорешаемые графовые задачи. NP-полнота задачи  $k$ -раскраски графа при каждом заданном числе  $k \geq 3$ .

## Часть 2. Методы линейной алгебры в теории графов

1. Помеченные графы, изоморфизм помеченных графов. Связь между числом помечиваний вершин простого графа и порядком его группы автоморфизмов.
2. Матрицы смежности, инцидентности, степеней вершин, полустепеней исхода и захода, расстояний.
3. Интерпретация элементов степеней матрицы смежности.
4. Теоремы о связи матриц инцидентности для мультиграфов и мультиорграфов с их матрицами смежности.
5. Теоремы о тотальной унимодулярности и ранге матрицы инцидентности мультиорграфа.
6. Теорема Г. Кирхгофа о деревьях. Следствия из нее (о числе остовных деревьев в полном графе и формуле для древесной сложности мультиграфа).
7. Алгебра смежности мультиграфа. Теоремы о размерности алгебры смежности при заданном диаметре мультиграфа и при заданном числе его собственных значений.
8. Утверждение о величине некоторых коэффициентов характеристического многочлена графа.
9. Теорема о верхней границе для собственных значений графа.

10. Теорема о собственных значениях регулярного мультиграфа.
11. Критерий принадлежности матрицы  $J_n$  алгебре смежности мультиграфа. Следствие о виде матрицы  $J_n$ .
12. Нижняя оценка для собственных значений реберного мультиграфа.
13. Теорема о связи характеристических многочленов регулярного мультиграфа и его реберного мультиграфа.
14. Выражение сложности регулярного мультиграфа через его характеристический многочлен.
15. Теорема о сложности реберного мультиграфа, построенного для регулярного связного мультиграфа.
16. Верхняя оценка для сложности регулярного связного мультиграфа.
17. Циркулянтные графы и их спектры. Спектры полных графов, циклов, гипероктаэдральных и триангулированных графов.
18. Теорема о спектрах дополнительных графов.
19. Матрицы подстановок. Теорема о перестановочности матрицы подстановки, соответствующей автоморфизму графа, с матрицей смежности графа.
20. Теорема о связи матриц подстановок с простыми собственными значениями графа.
21. Теорема об автоморфизме, порядок которого больше 2.
22. Вершинно-транзитивные и реберно-транзитивные графы. Теорема о двудольности реберно-транзитивных графов.
23. Теорема о простом собственном значении вершинно-транзитивного графа.
24. Реберно-симметрические графы. Теорема о простых собственных значениях реберно-симметрических графов.

### Часть 3. Перечисление графов

1. Число помеченных графов и орграфов. Рекуррентная формула для помеченных связных графов.
2. Теорема об асимптотике отношения числа помеченных связных  $n$ -графов к числу всех помеченных  $n$ -графов.
3. Лемма о перечислении помеченных графов.
4. Интерпретации операций над формальными рядами (умножение и деление на переменную, дифференцирование ряда).
5. Формула, связывающая производящие функции для помеченных графов некоторого семейства и помеченных связных графов из этого же семейства. Частные случаи этой формулы (для всех графов и для всех четных графов).
6. Асимптотика числа помеченных блоков.
7. Теорема А. Кэли о числе помеченных деревьев (доказательство Д. Пойа).
8. Формулировки леммы Бернсайда, ограниченной формы леммы Бернсайда и теоремы Д. Пойа (для случая одной переменной и случая многих переменных).
9. Вывод формулы для циклового индекса симметрической группы. Рекуррентная формула, связывающая цикловые индексы симметрических групп. Вывод формулы для суммы цикловых индексов симметрических групп всех степеней.
10. Связь циклового индекса знакопеременной группы с цикловым индексом симметрической группы.
11. Теорема о перечислении взаимно однозначных функций.



12. Перечисление корневых непомеченных деревьев. Рекуррентная формула для числа корневых деревьев.
13. Теорема о характеристике неподобия для графов.
14. Теорема о центре дерева.
15. Теорема Р. Оттера о характеристике неподобия для деревьев.
16. Теорема Р. Оттера о производящей функции для непомеченных деревьев.
17. Перечисляющий многочлен для n-графов.
18. Асимптотика числа n-графов.
19. Связь производящей функции для непомеченных графов с производящей функцией для непомеченных связных графов.
20. Рекуррентная формула для числа непомеченных связных графов.
21. Константная форма теоремы перечисления степенной группы.
22. Перечисление самодополнительных графов.
23. Теорема перечисления степенной группы в форме степенного ряда.

Экзаменационный билет состоит из трёх вопросов, например:

1. Хроматическое число графа. Критерий Кенига двуцветности графа. Верхние оценки хроматического числа графа. Теорема Брукса о верхней оценке хроматического числа графа.
2. Теоремы о связи матриц инцидентности для мультиграфов и мультиорграфов с их матрицами смежности.
3. Константная форма теоремы перечисления степенной группы.

#### 8.4. Планируемые уровни сформированности компетенций обучающихся и критерии оценивания

| Уровни     | Содержательное описание уровня | Основные признаки выделения уровня (этапы формирования компетенции, критерии оценки сформированности)   | Пятибалльная шкала (академическая) оценка | Двухбалльная шкала, зачет | БРС, % освоения (рейтинговая оценка) |
|------------|--------------------------------|---|---|---------------------------|--------------------------------------|
| Повышенный | Творческая деятельность        | <i>Включает нижестоящий уровень.</i><br>Умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу | отлично                                   | зачтено                   | 86-100                               |

|   |  |  |                         |               |          |
|---|--|--|-------------------------|---------------|----------|
|   |  | теоретическог<br>о и<br>прикладного<br>характера на<br>основе<br>изученных<br>методов,<br>приемов,<br>технологий   |                         |               |          |
| Базовый                                 | Применение<br>знаний и<br>умений в<br>более<br>широких<br>контекстах<br>учебной и<br>профессиона<br>льной<br>деятельности<br>, нежели по<br>образцу с<br>большой<br>степени<br>самостоятель<br>ности и<br>инициативы | <i>Включает<br/>нижестоящи<br/>й уровень.</i><br>Способность<br>собирать,<br>систематизир<br>овать,<br>анализировать<br>и грамотно<br>использовать<br>информацию<br>из<br>самостоятель<br>но найденных<br>теоретически<br>х источников<br>и<br>иллюстрирова<br>ть ими<br>теоретические<br>положения<br>или<br>обосновывать<br>практику<br>применения | хорошо                  |               | 71-85    |
| Удовлетворите<br>льный<br>(достаточный) | Репродуктив<br>ная<br>деятельность   | Изложение в<br>пределах<br>задач курса<br>теоретически<br>и практически<br>контролируем<br>ого материала   | удовлетворите<br>льно   |               | 55-70    |
| Недостаточный                           | Отсутствие<br>удовлетворительного уровня   | признаков  | неудовлетвори<br>тельно | не<br>зачтено | Менее 55 |

**9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

**Основная литература**

- Калитин, Д. В. Основы дискретной математики : теория графов : практикум / Д. В. Калитин, О. С. Калитина. - Москва : Изд. Дом НИТУ «МИСиС», 2017. - 67 с. - ISBN 978-5-906846-68-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1230538> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Курейчик, В. М. Учебное пособие по курсу «Дискретная математика». Раздел «Теория графов» : учебное пособие / В. М. Курейчик, В. В. Курейчик, Е. Р. Мунтян ; Южный федеральный университет. - Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2022. - 164 с. - ISBN 978-5-9275-4257-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2039100> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Гладков, Л.А. Специальные разделы теории графов : учеб. пособие / Л.А. Гладков, Н.В. Гладкова, В.В. Курейчик, В.М. Курейчик ; Южный федеральный университет. - Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2018. - 111 с. - ISBN 978-5-9275-2779-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1039679> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.
- Иванов, М. А. Введение в комбинаторику. Теория и задачи: Учебное пособие / Иванов М.А., Якубович Ю.В. - СПб:СПбГУ, 2018. - 136 с.: ISBN 978-5-288-05792-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1000461> (дата обращения: 18.11.2023). – Режим доступа: по подписке.

#### **Дополнительная литература**

- Diestel R. Graph Theory. Springer, 2010.
- Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973.
- Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980.
- Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
- Липский В. Комбинаторика для программистов. М.: Мир, 1988.
- Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях. М.: Мир, 1966.
- Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2004.
- Цветкович Д., Дуб М., Захс Х. Спектры графов. Теория и применение. — Киев: «Наукова думка», 1984 г.
- Де Брёйн Н. Теория перечисления Пойа // В сб. «Прикладная комбинаторная математика». М.: «Мир», 1968. Стр. 61–106.
- Пойа Д. Комбинаторные вычисления для групп, графов и химических соединений // в сб. «Перечислительные задачи комбинаторного анализа». М.: «Мир», 1979. Стр. 36–138.
- Оттер Р. Число деревьев. Там же, стр. 139–159.
- Айгнер М., Комбинаторная теория. М.: «Мир», 1982.
- Риордан Дж. Введение в комбинаторный анализ. М.: ИЛ, 1963.
- Сачков В.Н. Введение в комбинаторные методы дискретной математики. М.: «Физматлит», 2004.
- Татт У.Т. Теория графов. М.: «Мир», 1988.

## **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания
- eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, книги, статьи, тезисы докладов конференций
- Гребенников Электронная библиотека ИД журналы
- ЭБС Консультант студента
- ПРОСПЕКТ ЭБС
- ЭБС ZNANIUM.COM
- ЭБС IBOOKS.RU
- РГБ Информационное обслуживание по МБА
- БЕН РАН
- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантиана (<https://elib.kantiana.ru/>)

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

Программное обеспечение обучения включает в себя:

- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта – [www.lms.kantiana.ru](http://www.lms.kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;
- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;
- корпоративная платформа;

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Для проведения занятий лекционного типа, практических и семинарских занятий используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные техническими средствами обучения – мультимедийной проекционной техникой. Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования.

Для проведения лабораторных работ, (практических занятий – при необходимости) используются специальные помещения (учебные аудитории), оснащенные специализированным лабораторным оборудованием: персональными компьютерами с возможностью выхода в интернет и с установленным программным обеспечением, заявленным в п.11.

Для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения (учебные аудитории), оборудованные специализированной мебелью (для обучающихся), меловой / маркерной доской.

Для организации самостоятельной работы обучающимся предоставляются помещения, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья университетом могут быть представлены специализированные средства обучения, в том числе технические средства коллективного и индивидуального пользования.

## **5. Программа практики**

«Не предусмотрена».

## 6. Программа итоговой аттестации по модулю

Определение результатов освоения модуля на основе вычисления оценки по каждому элементу модуля.

Оценка по модулю рассчитывается по формуле:

$$R_j^{\text{мод}} = \frac{k_1 R_1 + k_2 R_2 + k_3 R_3 + \dots + k_n R_n + k_{\text{пр}} R_{\text{пр}} + R_{\text{кур}}}{k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_{\text{пр}}}$$

Где:

$R_j^{\text{мод}}$  – оценка по модулю

$k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$  – зачетные единицы дисциплин, входящих в модуль

$k_{\text{пр}}$  – зачетные единицы по практике

$R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$  – оценки по дисциплинам модуля

$R_{\text{пр}}$  – оценка по практике

$R_{\text{кур}}$  – оценка по курсовой работе

В случае, если по дисциплине предусмотрен зачет без оценки, то за оценку по дисциплине принимается «5».

В случае, если по модулю применяется балльно-рейтинговая система, то

$R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$  – рейтинговые баллы студента по дисциплинам модуля

$R_{\text{пр}}$  – рейтинговые баллы студента по практике

$R_{\text{кур}}$  – рейтинговые баллы студента по курсовой работе