

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Балтийский федеральный университет имени Иммануила  
Канта»**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»**

для программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в  
аспирантуре

Калининград  
2024

## **Лист согласования**

Составитель: Четверушкин Б.Е., д.ф.-м.н., профессор ОНК «Институт высоких технологий»

Рабочая программа утверждена на заседании  
Ученого совета ОНК «Институт высоких технологий»

Протокол № 14 от «31» 01.2024 г.

Председатель Ученого совета  
ОНК «Институт высоких технологий» Профессор, д.ф.-м.н.

Юров А.В.

## Содержание:

1. Общая характеристика дисциплины	4
2. Объём дисциплины	4
3. Содержание дисциплины	5
4. Учебно-тематический план дисциплины	8
5. Учебно-методическое сопровождение самостоятельной работы обучающихся	8
6. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся	8
7. Критерии оценивания результатов контрольно-оценочных мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	10
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	11
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	12

## 1. Общая характеристика дисциплины

Учебная дисциплина «**Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**» относится к числу дисциплин, направленных на подготовку и сдачу кандидатских экзаменов по научной специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Изучение учебной дисциплины «**Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**» базируется на знаниях и умениях, полученных аспирантами ранее в ходе освоения программного материала других учебных дисциплин.

**Цель изучения дисциплины:** формирование профессиональных компетенций: овладение основами логических знаний, необходимых для проведения научных исследований, теоретическими и экспериментальными методами при разработке новейших технологий, привитие навыков и умений, необходимых для самостоятельного выполнения научных исследований, применение знаний о современных методах исследования, формирование у аспирантов системы знаний, умений и навыков в области сбора анализа и обработки информации, связанной с выполнением научных исследований организационно-технологического характера.

**Задачи дисциплины:** приобретение аспирантами навыков и умений самостоятельно ставить задачи планируемого научного исследования и проводить их, делать выводы по результатам работы и правильно их формулировать в соответствии с целью и задачей проводимого исследования; изучение основных фундаментальных и прикладных проблем в области методологии научных исследований; формирование умения применять в практической деятельности современные методы исследования, ориентироваться в постановке задач и искать средства их решения, формирование навыков работы в научном коллективе, способность порождать новые идеи (креативность).

**Язык реализации дисциплины** - русский.

## 2. Объём дисциплины

Вид учебной работы	Всего, час.	Объём по семестрам	
		3	4
Контактная работа обучающегося с преподавателем по видам учебных занятий (КР):	72	36	36
<i>Лекционные занятия (Л)</i>	48	24	24
<i>Семинарские/ Практические занятия (СПЗ)</i>	24	12	12
Самостоятельная работа обучающегося, в том числе подготовка к промежуточной аттестации (СР)	90	36	54
Вид промежуточной аттестации: Зачет (З), Зачет с оценкой (ЗО), Экзамен (Э), Кандидатский экзамен (КЭ)	18		18 КЭ
Общий объём часов	180	72	108

	В зачетных единицах	5	2	3
--	---------------------	---	---	---

### **3. Содержание дисциплины**

№ пп	Наименование раздела/ темы	Содержание темы
1	Тема 1: Математическое моделирование	<p>Основные виды научных исследований. Значение математики и вычислительной техники в научных исследованиях.</p> <p>2. Определение «понятия модель». Функции моделей при проведении научных исследований. Особенности и области применения математического моделирования, вычислительного и натурального эксперимента.</p> <p>3. Цели и методы планирования экспериментов. Математическая теория эксперимента: формулировка проблемы, классификация методов. Планирование регрессионных экспериментов, критерии оптимальности регрессионных планов. Планы 1-го и 2-го порядков. Последовательные методы планирования эксперимента. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. Задачи и планирование эксперимента при исследовании динамических объектов.</p> <p>4. Обоснование корректности моделей. Основы теории подобия и верификации моделей.</p> <p>5. Основные этапы моделирования. Предварительное исследование моделируемого объекта. Постановка задачи и определение типа модели. Требования к модели. Построение математической, алгоритмической и программной модели исследуемой системы.</p> <p>6. Научный, инженерный и промышленный эксперимент как средство построения или уточнения математической модели исследуемого объекта или явления. Типовая схема экспериментальных исследований и вычислительного эксперимента.</p> <p>7. Элементарные математические модели.</p> <p>8. Модели, построенные на фундаментальных законах природы (сохранение массы вещества, сохранение энергии, сохранение числа частиц).</p> <p>9. Вариационные принципы построения моделей, общая схема принципа Гамильтона.</p> <p>10. Примеры иерархии моделей механических систем.</p> <p>11. Модели взаимоотношения в системе «хищник-жертва».</p> <p>12. Примеры математических моделей в экологии. Эволюция экосистемы.</p> <p>13. Универсальность математических моделей, принцип аналогий, электромеханические аналогии.</p> <p>14. Исследование математических моделей (методы подобия, принцип максимума и теоремы сравнения, метод осреднения,</p>

2	Тема 2: Численные методы	<p>Вероятность, условная вероятность, математическое ожидание. Схема Бернулли. Одномерные и многомерные распределения вероятностей. Центральная предельная теорема. Модели Марковских процессов. Генерация случайных чисел. Метод Монте-Карло. Примеры математических моделей, которые могут быть изучены этим методом. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин (дисперсия и математическое ожидание). Выборка и методы её представления. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел.</p> <p>2. Интерполяционные многочлены Ньютона, Лагранжа и Эрмита. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Точные методы. Итерационные методы (метод Зейделя, попеременно треугольный и др.), понятие многосеточных методов. Современные многосеточные методы.</p> <p>3. Разностные методы решения уравнений математической физики. Явные и неявные схемы. Основные понятия (аппроксимация, сходимость, устойчивость). Теория устойчивости разностных уравнений Пуассона, теплопроводности, переноса и волнового уравнения. Метод прогонки.</p> <p>4. Задача статистического оценивания параметров. Свойства статистических оценок. Методы статистического оценивания. Использование априорной информации (байесовый подход).</p> <p>5. Статистическая проверка гипотез. Основные типы гипотез, проверяемых в ходе статистической обработки данных. Общая схема статистического критерия. Построение статистического критерия, принцип отношения правдоподобия. Характеристики качества статистического критерия. Последовательная схема принятия решения.</p> <p>6. Функциональные ряды. Элементы теории функций нескольких переменных: предел, непрерывность, дифференцируемость. Кратный и повторный интегралы, вычисление площадей и объёмов.</p> <p>7. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения и нормальной системы. Линейное уравнение <math>n</math>-го порядка. Построение общего решения линейного уравнения. Неоднородные линейные системы. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.</p> <p>8. Дифференциальные уравнения в частных производных. Классификация уравнений и их свойства. Уравнения эллиптического, параболического, гиперболического типов системы уравнений гиперболического типа.</p> <p>9. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы линейных уравнений. Собственные векторы и собственные числа матрицы.</p> <p>10. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Точные методы. Итерационные</p>
---	--------------------------------	--

		методы (метод Зейделя, попеременно треугольный и др.). Понятие многосеточных методов. Современные многосеточные методы.
3	Тема 3: Комплексы программ	<p>1. основные функции, выполняемые программным обеспечением (ПО) научных исследований. Требования, предъявляемые к ПО со стороны исследований в период разработки программ.</p> <p>2. Динамика изменения затрат на разработку различных классов программ. Методы решения проблемы снижения трудоёмкости разработки и сопровождения программ.</p> <p>3. Программное обеспечение информационных систем. Базы данных и их реализация. Основные модели, определяющие базу данных. Хранилища данных. Базы данных NoSQL типа.</p> <p>4. Прикладное программное обеспечение научных исследований. Формы представления комплексов прикладных программ: библиотека, пакет прикладных программ (ППП), диалоговая система. Примеры библиотек к ППП общематематического назначения. Процедурные и непроцедурные входные языки для записи заданий для расчетов с помощью ППП. Архитектура ППП и процесс обработки входного задания. Архитектура диалоговой системы. Способы организации диалогового процесса исследований.</p> <p>5. Технология разработки комплексов прикладных программ. Структурное проектирование программ. Применение инструментальных средств разработки ППП и диалоговых систем.</p> <p>6. Достоинства и недостатки использования проблемно-ориентированных языков моделирования. Факторы, влияющие на выбор языка. Пакеты и системы дискретного, непрерывного и дискретно-непрерывного моделирования.</p> <p>7. Основные характеристики и особенности массивов информации в научных исследованиях. Размерность, качественные и количественные признаки, способы представления, механизмы и модели порождения данных, общая схема и основные этапы анализа данных.</p> <p>8. Сравнительный анализ языков программирования высокого уровня (C++, Python, Fortran).</p> <p>9. Принципы построения разностных схем газовой и гидродинамики.</p> <p>10. Объектно-ориентированное программирование. Структура программы, общие принципы проектирования программ.</p> <p>11. Операционные системы. Сравнение типов ядер операционных систем. Взаимодействие процессов, многозадачность, алгоритмы синхронизации.</p> <p>12. Параллельные вычисления. Системы с общей памятью, кластеры, распределённые вычислительные системы. Вычисления на GPU.</p>

#### **4. Учебно-тематический план дисциплины**

Номер раздела, темы	Наименование разделов, тем	Количество часов					Форма контроля
		Всего	КР	Л	СПЗ	СР	
	<b>Семестр 3</b>	<b>72</b>	<b>36</b>	<b>24</b>	<b>12</b>	<b>36</b>	
1	Тема 1: Математическое моделирование	36	18	12	6	18	
2	Тема 2: Численные методы	36	18	12	6	18	
3	<b>Семестр 4</b>	<b>108</b>	<b>36</b>	<b>24</b>	<b>12</b>	<b>54</b>	<b>КЭ</b>
4	Тема 3: Комплексы программ	108	36	24	12	54	
	<b>Общий объем</b>	<b>180</b>	<b>72</b>	<b>48</b>	<b>24</b>	<b>90</b>	<b>18</b>

#### **5. Учебно-методическое сопровождение самостоятельной работы обучающихся**

Цель самостоятельной работы обучающихся заключается в глубоком, полном усвоении учебного материала и в развитии навыков самообразования. Самостоятельная работа может включать: работу с текстами, литературой, учебно-методическими пособиями, нормативными материалами, в том числе материалами сети интернет, а также проработку конспектов лекций, подготовка презентаций, рефератов, участие в работе семинаров, научных конференциях и пр.

#### **6. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся**

##### **Перечень вопросов к кандидатскому экзамену:**

1. Основные виды научных исследований. Значение математики и вычислительной техники в научных исследованиях.
2. Определение «понятия модель». Функции моделей при проведении научных исследований. Особенности и области применения математического моделирования, вычислительного и натурального эксперимента.
3. Цели и методы планирования экспериментов. Математическая теория эксперимента: формулировка проблемы, классификация методов. Планирование регрессионных экспериментов, критерии оптимальности регрессионных планов. Планы 1-го и 2-го порядков. Последовательные методы планирования эксперимента. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. Задачи и планирование эксперимента при исследовании динамических объектов.
4. Обоснование корректности моделей. Основы теории подобия и верификации моделей.
5. Основные этапы моделирования. Предварительное исследование моделируемого объекта. Постановка задачи и определение типа модели. Требования к модели. Построение математической, алгоритмической и программной модели исследуемой системы.
6. Научный, инженерный и промышленный эксперимент как средство построения или уточнения математической модели исследуемого объекта или явления. Типовая схема экспериментальных исследований и вычислительного эксперимента.
7. Элементарные математические модели.

8. Модели, построенные на фундаментальных законах природы (сохранение массы вещества, сохранение энергии, сохранение числа частиц).
9. Вариационные принципы построения моделей, общая схема принципа Гамильтона.
10. Примеры иерархии моделей механических систем.
11. Модели взаимоотношения в системе «хищник-жертва».
12. Примеры математических моделей в экологии. Эволюция экосистемы.
13. Универсальность математических моделей, принцип аналогий, электромеханические аналогии.
14. Исследование математических моделей (методы подобия, принцип максимума и теоремы сравнения, метод осреднения, дискретные модели).
15. Математическое моделирование сложных объектов.
16. Вероятность, условная вероятность, математическое ожидание. Схема Бернулли. Одномерные и многомерные распределения вероятностей. Центральная предельная теорема. Модели Марковских процессов. Генерация случайных чисел. Метод Монте-Карло. Примеры математических моделей, которые могут быть изучены этим методом. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин (дисперсия и математическое ожидание). Выборка и методы её представления. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел.
17. Интерполяционные многочлены Ньютона, Лагранжа и Эрмита. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Точные методы. Итерационные методы (метод Зейделя, попеременно треугольный и др.), понятие многосеточных методов. Современные многосеточные методы.
18. Разностные методы решения уравнений математической физики. Явные и неявные схемы. Основные понятия (аппроксимация, сходимость, устойчивость). Теория устойчивости разностных уравнений Пуассона, теплопроводности, переноса и волнового уравнения. Метод прогонки.
19. Задача статистического оценивания параметров. Свойства статистических оценок. Методы статистического оценивания. Использование априорной информации (байесовый подход).
20. Статистическая проверка гипотез. Основные типы гипотез, проверяемых в ходе статистической обработки данных. Общая схема статистического критерия. Построение статистического критерия, принцип отношения правдоподобия. Характеристики качества статистического критерия. Последовательная схема принятия решения.
21. Функциональные ряды. Элементы теории функций нескольких переменных: предел, непрерывность, дифференцируемость. Кратный и повторный интегралы, вычисление площадей и объёмов.
22. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения и нормальной системы. Линейное уравнение  $n$ -го порядка. Построение общего решения линейного уравнения. Неоднородные линейные системы. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
23. Дифференциальные уравнения в частных производных. Классификация уравнений и их свойства. Уравнения эллиптического, параболического, гиперболического типов системы уравнений гиперболического типа.
24. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы линейных уравнений. Собственные векторы и собственные числа матрицы.

25. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Точные методы. Итерационные методы (метод Зейделя, попеременно треугольный и др.). Понятие многосеточных методов. Современные многосеточные методы.
26. Основные функции, выполняемые программным обеспечением (ПО) научных исследований. Требования, предъявляемые к ПО со стороны исследований в период разработки программ.
27. Динамика изменения затрат на разработку различных классов программ. Методы решения проблемы снижения трудоёмкости разработки и сопровождения программ.
28. Программное обеспечение информационных систем. Базы данных и их реализация. Основные модели, определяющие базу данных. Хранилища данных. Базы данных NoSQL типа.
29. Прикладное программное обеспечение научных исследований. Формы представления комплексов прикладных программ: библиотека, пакет прикладных программ (ППП), диалоговая система. Примеры библиотек к ППП общематематического назначения. Процедурные и непроцедурные входные языки для записи заданий для расчетов с помощью ППП. Архитектура ППП и процесс обработки входного задания. Архитектура диалоговой системы. Способы организации диалогового процесса исследований.
30. Технология разработки комплексов прикладных программ. Структурное проектирование программ. Применение инструментальных средств разработки ППП и диалоговых систем.
31. Достоинства и недостатки использования проблемно-ориентированных языков моделирования. Факторы, влияющие на выбор языка. Пакеты и системы дискретного, непрерывного и дискретно-непрерывного моделирования.
32. Основные характеристики и особенности массивов информации в научных исследованиях. Размерность, качественные и количественные признаки, способы представления, механизмы и модели порождения данных, общая схема и основные этапы анализа данных.
33. Сравнительный анализ языков программирования высокого уровня (C++, Python, Fortran).
34. Принципы построения разностных схем газовой и гидродинамики.
35. Объектно-ориентированное программирование. Структура программы, общие принципы проектирования программ.
36. Операционные системы. Сравнение типов ядер операционных систем. Взаимодействие процессов, многозадачность, алгоритмы синхронизации.
37. Параллельные вычисления. Системы с общей памятью, кластеры, распределённые вычислительные системы. Вычисления на GPU.

## **7. Критерии оценивания результатов контрольно-оценочных мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине**

В ходе текущего контроля успеваемости (устный или письменный опрос, подготовка и защита реферата, доклад, презентация, тестирование и пр.) при ответах на учебных занятиях, а также промежуточной аттестации в форме зачета обучающиеся оцениваются по двухбалльной шкале:

Оценка «зачтено» - выставляется аспиранту, если он продемонстрировал знания программного материала, подробно ответил на теоретические вопросы, справился с выполнением заданий и (или) ситуационных задач, предусмотренных рабочей программой дисциплины.

Оценка «не зачтено» - выставляется аспиранту, если он имеет пробелы в знаниях программного материала, не владеет теоретическим материалом и допускает грубые, принципиальные ошибки в выполнении заданий и (или) ситуационных задач,

предусмотренных рабочей программой дисциплины.

Оценка по результатам проведения кандидатского экзамена по дисциплине выставляется на основе совокупности ответов по вопросам программы кандидатского экзамена и по вопросам дополнительной программы по теме диссертации аспиранта, которая согласовывается с научным руководителем.

Оценка «отлично» выставляется за исчерпывающий ответ, отражающий знание и профессиональное владение материалом программы кандидатского экзамена и дополнительной программы по теме диссертации.

Оценка «хорошо» выставляется за ответ, содержащий не принципиальные погрешности, отражающий знание и свободное владение материалом программы кандидатского экзамена и дополнительной программы по теме диссертации.

Оценка «удовлетворительно» выставляется за ответ, отражающий знание принципиальных положений вопросов, при наличии погрешностей, устраняемых аспирантом при ответе на дополнительные вопросы программы кандидатского экзамена и дополнительной программы по теме диссертации.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется за ответ, показывающий непонимание существа вопроса, наличия грубых ошибок в ответах на вопросы программы кандидатского экзамена и дополнительной программы по теме диссертации.

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **Рекомендуемая литература:**

#### **Основная литература**

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989. - 430 с.
2. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1989.
3. Дородницын А.А.. Информатика: предмет и задачи // Кибернетика. Становление информатики. - М.: Наука, 1996.
4. Седов Л.И. Методы подобия и размерностей в механике. - М.: Нука, 1981. - 448 с.
5. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А.. Опыт математического моделирования экономики. - М.: Энергоиздат, 1996. - 554 с.
6. Коробейников В.П. Математическое моделирование катастрофических явлений природы. - М.: Знания, 1986. - 48 с.
7. Белоцерковский О.М.. Численное моделирование в механике сплошных сред. - М.: Наука, 1994. -442 с.
8. Четверушкин Б.Н.. Кинетически согласованные разностные схемы газовой динамики. - М.: Наука, 1999.
9. Слабанов В.Д. Численные методы: учебник для вузов. – СПб.: Лань, 2022. – 392 с.
10. Кудинов И.В., Кудинов В.А., Еремин А.В., Колесников С.В. Математическое моделирование гидродинамики и теплообмена в движущихся жидкостях: монография. – СПб.: Лань, 2015. – 208 с.
11. Андреев В.К. Математические модели механики сплошных сред. – СПб.: Лань, 2015. – 240 с.
12. Василевский Ю.В., Капырин И.В. Практикум по современным вычислительным технологиям и основам математического моделирования. – М.: Макс Пресс, 2009. – 61 с.

#### **Дополнительная литература**

1. Волосевич П.П., Леванов Е.И. Автомодельные решения задач газовой динамики с учетом теплопроводности. М.: Из-во МФТИ, 1996. – 212 с.

2. Латышев К.С., Зенкин В.И. Уравнения математической физики и математическое моделирование. Учебно-практическое пособие. Калининград. Из-во Калининградского государственного университета, 2003. - 90 с.
3. Нечаев В.И. Элементы криптографии. Основы теории защиты информации. М.: «Высшая школа», 2000 г.
4. Воеводин В.В., Воеводин Вл. В. Параллельные вычисления. – СПб. БХВ - Петербург, 2002.
5. Мышкин А.Д. Элементы теории математических моделей. М.: «Физико математическая литература». М.: Наука, 1994 г.
6. Грис Д.. Наука программирования. - М.: Мир, 1984 г.
7. Ступицкий Е. Л. Физические исследования и математическое моделирование крупномасштабных геофизических экспериментов : монография / Е. Л. Ступицкий, А. С. Холодов. - Долгопрудный : Интеллект, 2019. - 800 с.
8. Безруков А.И. Математическое и имитационное моделирование / А.И. Безруков, О.Н. Алексенцева. – М.: Инфра-М, 2019. - 227 с.
9. Буч Г. Объектно-ориентированное проектирование с примерами применения: Пер. с англ. - М.: Конкорд, 1992. - 519 с.
10. Серебряков В.А., Галочкин М.П., Гончар Д.Р., Фуругин М.Г. Теория и реализация языков программирования: Учебное пособие. - М.: МЗ-Пресс. 2003. - 345 с.

### **Программное обеспечение:**

Программное обеспечение обучения включает в себя:

- система электронного образовательного контента БФУ им. И. Канта - [www.lms-](http://www.lms-kantiana.ru)

**1.** [kantiana.ru](http://kantiana.ru), обеспечивающую разработку и комплексное использование электронных образовательных ресурсов;

- серверное программное обеспечение, необходимое для функционирования сервера и связи с системой электронного обучения через Интернет;

- корпоративная платформа [Webinar.ru](http://Webinar.ru);

- установленное на рабочих местах студентов ПО: Microsoft Windows 7, Microsoft Office Standart 2010, антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security. Java 8 Update 231 MATLAB R2016a Dev-C++

### **Электронные образовательные ресурсы:**

- НЭБ Национальная электронная библиотека, диссертации и прочие издания

- ЭБС Консультант студента

- ПРОСПЕКТ ЭБС

- ЭБС [ZNANIUM.COM](http://ZNANIUM.COM)

- ЭБС [IBOOKS.RU](http://IBOOKS.RU)

- Электронно-библиотечная система (ЭБС) Кантитана (<https://elib.kantiana.ru/>)

### **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

БФУ им. И. Канта имеет специальные помещения и лаборатории для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, научных исследований, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования.